

АКАДЕМИЈА СТРУКОВНИХ СТУДИЈА СИРМИЈУМ

**МАТЕМАТИКА У УМЕТНИЧКОМ
ИЗРАЖАВАЊУ ДЕЦЕ ПРЕДШКОЛСКОГ
УЗРАСТА
МАСТЕР РАД**

Ментор:

др Душка П. Пешић, проф.

Студент:

Маша Маринковић

Сремска Митровица, 2026.

САЖЕТАК

Рад се бави испитивањем присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста, са циљем сагледавања могућности повезивања математичког и ликовног садржаја у оквиру интегрисаног учења и васпитно-образовне праксе. Полази се од становишта да деца током ликовних активности спонтано користе различите елементе математичког мишљења и математичке појмове, као што су геометријски облици, просторни односи, симетрија, пропорције и понављајући обрасци. Иако је повезаност математике и ликовног изражавања присутна у свакодневним активностима деце, њен образовни потенцијал у пракси није увек довољно препознат и систематски подстицан.

Истраживање је реализовано применом скале процене и анкетног упитника конструисаних за потребе рада. Скала процене била је намењена васпитачима и односила се на процену учесталости испољавања математичких појмова током ликовних активности деце, док је анкетни упитник коришћен за прикупљање података о ставовима васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања у пракси испитаних васпитача. У истраживању је учествовало 19 васпитача Предшколске установе „Олга Јовичић-Рита“, вртић „Ратарска капија“ у Краљеву, који су чинили пригодан узорак испитаника.

Добијени резултати, према проценама испитаних васпитача, указују на то да су математички појмови у значајној мери присутни током ликовних активности деце, нарочито геометријски облици, просторни односи и понављајући обрасци. Резултати такође показују да испитани васпитачи препознају повезаност математике и ликовног изражавања и значај интегрисаног приступа учењу. На основу добијених налаза може се закључити да ликовне активности представљају подстицајан контекст за испољавање и развијање елемената математичког мишљења и да повезивање математике и ликовног изражавања може допринети квалитетнијем планирању и реализацији васпитно-образовног рада у складу са концепцијом програма *Године узлета*.

Кључне речи: *математика, математичко мишљење, ликовно изражавање, предшколски узраст, ликовне активности, интегрисано учење, Године узлета*

САДРЖАЈ

САЖЕТАК	1
ТЕОРИЈСКИ ДЕО.....	4
1. Увод.....	4
2. Теоријски приступ.....	6
2.1. Развој математичког мишљења и усвајање математичких појмова у предшколском узрасту.....	6
2.2. Ликовно изражавање детета предшколског узраста	11
2.3. Повезаност математике и ликовног изражавања у раном учењу	15
2.4. Улога васпитача и значај интегрисаног учења	19
2.5. Досадашња истраживања о повезаности математике и уметности.....	23
3. Дефинисање основних појмова.....	27
МЕТОДОЛОШКИ ДЕО.....	30
1. Предмет истраживања.....	30
2. Проблем истраживања.....	30
3. Циљ и задаци	31
4. Хипотезе истраживања.....	32
5. Варијабле и индикатори	33
6. Методе, технике и инструменти истраживања.....	34
7. Популација и узорак.....	36
8. Статистичка обрада података.....	37
9. Организација и ток истраживања	37
10. Резултати истраживања.....	39
10.1. Заступљеност геометријских облика и просторних односа током ликовних активности.....	41
10.2. Присутност симетрије, пропорција и ритам у ликовним активностима деце .	45
10.3. Вербализација и примена математичких појмова у ликовним активностима .	49

10.4. Ставови и пракса испитаних васпитача у повезивању математике и ликовног изражавања.....	51
10.5. Учесталост свесног подстицања примене математичких појмова током ликовних активности	55
10.6. Мишљења васпитача о могућностима унапређивања праксе у правцу интеграције математичког и уметничког изражавања	57
11. Дискусија	59
ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПЕДАГОШКЕ ИМПЛИКАЦИЈЕ	63
ЛИТЕРАТУРА	69
ПРИЛОГ	73

ТЕОРИЈСКИ ДЕО

1. Увод

Савремено предшколско васпитање и образовање полази од схватања детета као активног учесника у сопственом развоју и учењу. Дете своја знања и искуства гради кроз игру, истраживање, комуникацију, практично деловање и различите облике стваралачког изражавања. У таквом приступу учење се не посматра као усвајање издвојених и међусобно неповезаних садржаја, већ као процес у којем дете повезује различита искуства и на тај начин гради целовито разумевање света који га окружује.

Посебан значај у савременом предшколском васпитању имају ситуације у којима се различите области учења природно преплићу. Основе програма *Године узлета* заснивају се на холистичком приступу развоју детета и истичу значај учења кроз свакодневне ситуације, односе и интеракције, истраживање и активно учешће детета у животу вртића. У том смислу, садржаји различитих области не посматрају се изоловано, већ се повезују у складу са децим интересовањима, искуствима и начинима на које дете истражује своје окружење (Године узлета, 2019; Siraj-Blatchford, 2009; Wood, 2013).

Један од значајних аспеката таквог приступа јесте могућност препознавања математичких искустава у различитим активностима детета. Математичко мишљење не развија се само у ситуацијама које су непосредно усмерене на математику, већ и кроз игру, манипулацију предметима, поређење, уочавање односа, просторну организацију, препознавање образаца и решавање проблема. Дете се са математичким појмовима сусреће у свакодневном окружењу и користи их приликом истраживања и тумачења света око себе.

У том контексту посебно место има ликовно изражавање. Кроз цртање, сликање, колаж, моделовање и друге облике ликовног стваралаштва дете изражава своја искуства, идеје и доживљаје, али истовремено организује простор, користи различите облике и линије, успоставља односе величина и положаја и уочава понављања, симетрију и друге структуре. Ликовна активност зато може представљати природан контекст у којем се математички појмови појављују као део дететовог искуства, без њиховог издвајања из целине активности.

Повезивање математике и ликовног изражавања отвара могућност да се дечја стваралачка активност сагледа из шире перспективе. Ликовни рад детета не представља само начин визуелног изражавања, већ може бити и простор у којем се испољавају различити облици математичког мишљења. Истовремено, математички појмови могу добити конкретан и детету близак смисао када се појављују у контексту стварања, истраживања и игре.

У овом раду пажња је усмерена на повезаност математике и ликовног изражавања деце предшколског узраста, са посебним освртом на присутност математичких појмова у ликовним активностима и могућности њиховог препознавања и подстицања у васпитно-образовној пракси. Теоријски део рада усмерен је на разматрање развоја математичког мишљења и усвајања математичких појмова у предшколском узрасту, природе ликовног изражавања детета, могућности повезивања математике и ликовног изражавања, као и улоге васпитача у стварању услова за интегрисано учење.

У складу са тако постављеним теоријским полазиштима, истраживачки део рада усмерен је на испитивање присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце из перспективе васпитача, као и на сагледавање њихових ставова о повезаности математике и ликовног изражавања у васпитно-образовној пракси.

2. Теоријски приступ

2.1. Развој математичког мишљења и усвајање математичких појмова у предшколском узрасту

Развој математичког мишљења представља један од значајних аспеката укупног когнитивног развоја детета предшколског узраста. Савремена схватања раног математичког образовања полазе од тога да дете не почиње да развија математичка знања тек поласком у школу, већ да се основни облици математичког мишљења појављују много раније, у оквиру свакодневних искустава, игре, истраживања и односа са предметима и људима из непосредног окружења. Деца предшколског узраста већ поседују различита неформална математичка знања која стичу пре систематског школског учења, а задатак предшколског васпитања јесте да та искуства препозна, проширује и повезује са новим сазнањима (Ginsburg, Greenes & Balfanz, 2003; Clements & Sarama, 2009). Истраживања ране математике зато све више наглашавају значај разумевања начина на који деца постепено граде математичке појмове и повезују их са различитим ситуацијама у којима уче и делују.

Математичко мишљење код детета не може се свести само на познавање бројева и способност рачунања. Оно обухвата различите начине уочавања, поређења, класификовања, повезивања и организовања односа међу предметима, појавама и величинама. У раном детињству посебно место имају разумевање количине и броја, препознавање и коришћење облика, просторни односи, мерење, уочавање образаца и правилности, као и почетни облици логичког закључивања и решавања проблема. Клементси Сарама (2009) указују на то да се рана математика развија кроз више међусобно повезаних области и да се математичко знање код детета не развија као једнообразна способност, већ кроз различите развојне путеве. У њиховом приступу посебно се истичу број и количина, мерење, геометрија и просторно мишљење, као и обрасци и други облици математичког резонувања.

Слично становиште заступају ван ден Хеувел-Панхуизен и Елиа (2014), који истичу да су у раном математичком образовању посебно значајне две шире области: нумеричке и квантитативне идеје и вештине, са једне стране, и геометријске и просторне идеје и вештине, са друге стране. Ове области прожимају активности као

што су уочавање образаца, сортирање, ређање и успостављање односа међу објектима. На тај начин математика у предшколском узрасту добија шири смисао и обухвата много више од усвајања бројева и основних рачунских операција.

За разумевање развоја математичког мишљења значајно је поћи од чињенице да дете математичке односе најпре упознаје у конкретним ситуацијама. Оно пореди предмете по величини, уочава шта је ближе или даље, испитује шта је изнад или испод, препознаје сличности и разлике, групише предмете према одређеним својствима и запажа да се одређени елементи понављају. На тај начин дете постепено издваја заједничке карактеристике различитих ситуација и изграђује појмове који му омогућавају да своја искуства организује и тумачи.

Управо због тога се математичко учење у предшколском периоду не може успешно заснивати искључиво на формалном именовању и увежбавању појмова. Дете појам постепено гради кроз активно учешће и искуство. Када, на пример, пореди два предмета, оно не усваја само речи „веће“ и „мање“, већ кроз конкретну ситуацију развија разумевање односа величине. Када групише предмете према облику, боји или другом својству, оно развија способност класификације, док се приликом ређања предмета према величини или дужини постепено развијају односи серијације и поређења. На сличан начин, уочавање правилности и понављања представља основу за развој разумевања образаца и математичких структура.

Истраживања раног математичког образовања указују на значај повезивања математичког учења са дечјим свакодневним искуствима. Гинсбург, Гринс и Балфанц (2003) у програму *Big Math for Little Kids* полазе од тога да мала деца већ поседују бројна неформална математичка знања и да образовни рад треба да се надовезује на оно што деца већ знају и умеју. Програм обухвата број, облике, мерење, обрасце и логичко мишљење, операције и просторне односе, а математичке идеје повезују се са игром, причама, истраживањем и другим активностима. Посебно је значајно што се математичко мишљење у овом приступу не третира као издвојено од осталих активности детета, већ као нешто што се може развијати у различитим контекстима.

Овакав приступ је важан и због чињенице да дете предшколског узраста често показује математичко разумевање пре него што уме да га формално објасни или употреби математичку терминологију. Дете може успешно да распореди предмете по

величини, уочи да два скупа нису једнака, препозна облик или настави започети образац, а да при томе не користи терминологију која би одговарала школском математичком језику. Зато је у предшколском периоду важно посматрати и саме поступке детета, његове начине истраживања и одношења према предметима, а не само експлицитно изговорене математичке појмове. Посебан значај у том процесу има математички језик. Разговор о величини, облику, положају, количини, редоследу и односима помаже детету да постепено повезује непосредно искуство са апстрактнијим представама. Гринс, Гинсбург и Балфанц (2004) посебно наглашавају значај подстицања деце да мисле о математици и да своје математичко мишљење изражавају речима. У њиховом приступу развој математичког језика представља важан део раног математичког образовања.

Усвајање математичких појмова повезано је и са развојем способности детета да уочава односе између различитих елемената. Тако се појам облика не развија само препознавањем и именовањем круга, квадрата или троугла, већ и уочавањем њихових својстава, разлика и сличности, као и могућности њиховог комбиновања. Просторно мишљење се развија кроз кретање и оријентацију у простору, али и кроз уочавање положаја предмета и односа међу њима. Слично томе, разумевање мерења почиње кроз поређење величина и односа „више–мање“, „дуже–краће“, „шире–уже“, „теже–лакше“, а тек касније се повезује са формалнијим мерним системима.

Посебно место у развоју математичког мишљења имају геометријско и просторно мишљење. У раном детињству деца се свакодневно сусрећу са различитим облицима и просторним односима. Она уочавају облике предмета, њихов положај, величину и међусобни распоред. Просторно искуство представља важну основу за касније геометријско разумевање, а истраживања ране математике препознају геометрију и просторне односе као једно од централних подручја математичког учења у предшколском периоду (Clements & Sarama, 2009; van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2014).

У оквиру геометријског и просторног мишљења дете постепено развија способност да препознаје и разликује облике, да уочава њихова својства, да их комбинује и трансформише и да разуме њихов положај у простору. Због тога активности у којима дете гради, слаже, премешта, црта или моделује различите облике

могу имати математички потенцијал, чак и када нису непосредно организоване као „математичке активности“. Ово је посебно важно за тему овог рада, јер се управо у таквим активностима могу појавити елементи математичког мишљења који нису издвојени као посебан садржај.

Поред геометрије и простора, значајну улогу имају обрасци и правилности. Дете предшколског узраста може да уочава понављање боја, облика, величина, покрета или других елемената и да наставља започети низ. На тај начин развија способност препознавања структуре и правилности. Клементс и Сарама (2009) обрасце посматрају као значајну област раног математичког развоја, док ван ден Хеувел-Панхуизен и Елиа (2014) указују на то да се активности са обрасцима, сортирањем и ређањем преплићу са другим областима математичког мишљења.

Значај раног математичког образовања потврђује и заједнички став Националног удружења за образовање мале деце и Националног савета наставника математике (NAEYC/NCTM), према којем квалитетно и развојно примерено математичко образовање деце узраста од три до шест година представља важну основу за касније математичко учење. У овом приступу наглашава се потреба да деца имају приступ изазовним, истраживачким и смисленим математичким искуствима, уместо да се рано математичко учење своди на механичко увежбавање изолованих вештина.

Савремена истраживања додатно наглашавају да рано математичко учење треба посматрати као процес који се одвија у различитим контекстима. Преглед истраживања Бјорклунд, ван ден Хеувел-Панхуизен и Кулберг (2020) показује да се савремена истраживања математике у раном детињству све више усмеравају на начине на које деца уче математику у различитим образовним ситуацијама, као и на питање како одрасли могу да подрже развој математичког разумевања. Оваква оријентација помера тежиште са питања „колико математике дете зна“ ка питању „како дете математички мисли, истражује и гради разумевање“.

Деца уче најефикасније када имају могућност да истражују, постављају питања и долазе до закључака кроз сопствену активност, а не кроз пасивно усвајање информација (OECD, 2017). Посебно се истиче значај окружења за учење које подстиче радозналост, самосталност и креативност, при чему одрасли имају улогу посредника који усмерава, али не намеће процес учења. На тај начин развија се аутономија детета,

али и способност повезивања различитих области знања (Wood, 2013). Игра, истраживање и практичне активности представљају значајне контексте за развој математичког мишљења. Међутим, чињеница да дете учи кроз игру не значи да је свака игра сама по себи довољна за развој сложенијег математичког разумевања. Потребно је да одрасли препознају математичке могућности које се појављују у деčјим активностима и да их, када је то смислено, проширују питањима, материјалима, подстицајима и разговором. Истраживања програма *Big Math for Little Kids* управо показују значај осмишљеног окружења и осетљивог вођења одраслог у подршци математичком учењу деце (Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004).

Улога одраслог, међутим, не подразумева наметање формалних математичких садржаја свакој деčјој активности. Напротив, развојно примерен приступ подразумева препознавање тренутка у којем се математички садржај природно појављује и његово проширивање у складу са интересовањима и могућностима детета. Ако дете, на пример, распоређује облике на папиру, васпитач може да подстакне разговор о њиховом положају, величини или односу, без прекидања дететове стваралачке активности. На тај начин математички појам добија смисао у конкретном искуству детета.

За овај рад посебно је значајна чињеница да се математички појмови не појављују искључиво у активностима које су традиционално означене као математичке. Они могу бити присутни у различитим ситуацијама у којима дете пореди, групише, распоређује, мери, гради, обликује, црта или организује елементе у простору. Савремени приступи раном математичком образовању управо указују на потребу да се математичко учење повеже са различитим контекстима и искуствима детета.

Посматрано из тог угла, развој математичког мишљења у предшколском узрасту представља постепен процес у којем дете од непосредног, конкретног искуства прелази ка све сложенијем уочавању односа, правилности и структура. Оно кроз активност упознаје количине, облике, простор, величине и обрасце, а затим те односе постепено повезује и користи у новим ситуацијама. Математички појмови се тако не усвајају као изоловане информације, већ се граде у контексту дететовог искуства и његовог активног односа према окружењу.

Ово становиште представља важну теоријску основу за разматрање повезаности математике и ликовног изражавања. Ако се рано математичко мишљење развија и кроз просторне односе, облике, величине, обрасце, симетрију и организацију елемената, онда се део тих математичких искустава може појавити и током ликовних активности. Управо због тога је за даље разматрање теме неопходно сагледати и природу ликовног изражавања детета предшколског узраста и могућности које оно пружа за испољавање и развијање различитих облика математичког мишљења.

2.2. Ликовно изражавање детета предшколског узраста

Ликовно изражавање представља један од значајних начина на који дете предшколског узраста истражује, доживљава и представља свет који га окружује. Кроз цртање, сликање, обликовање, колаж и друге ликовне активности дете не изражава само оно што види, већ и своја искуства, осећања, представе, идеје и начине на које разуме појаве из свог окружења. Због тога се дечји ликовни рад не може посматрати искључиво као коначни производ, већ пре свега као део процеса у којем дете истражује материјале, испробава различите начине изражавања и гради сопствено разумевање света.

У предшколском периоду ликовно изражавање има посебан значај јер је повезано са различитим аспектима дечјег развоја. Према Каменову (2008), ликовно стваралаштво у предшколском узрасту има вишеструки развојни значај, јер подстиче опажање, мишљење, машту, пажњу, моторичку координацију, али и способност уочавања односа међу објектима, као и организацију простора и облика. Ликовне активности подстичу развој перцепције, fine моторике, координације ока и руке, пажње, маште, мишљења и стваралачких способности. Истовремено, дете кроз ликовни рад учи да посматра, издваја и повезује различите карактеристике предмета и појава. На тај начин ликовна активност представља простор у којем се преплићу чулно, когнитивно, емоционално и моторичко искуство детета (Epstein & Trimis, 2002).

Важно је имати у виду да се дечје ликовно изражавање разликује од ликовног стваралаштва одраслих. Дете не ствара са истом намером, знањем и критеријумима којима се руководи одрасла особа. Његово изражавање је у великој мери спонтано, истраживачко и условљено развојним могућностима, непосредним искуством и

интересовањима. Због тога се дечји ликовни рад не би требало процењивати према мерилима реалистичног приказивања, већ у контексту дететовог развоја и начина на који оно користи ликовна средства за представљање сопствених идеја (Филиповић, 2011).

Развој ликовног изражавања одвија се постепено. У ранијем периоду дете најпре истражује могућности покрета, трага и материјала, а временом почиње да успоставља све сложеније односе између линија, облика, боја, величина и простора. Развој није потпуно линеаран, нити се сва деца изражавају на исти начин и истим темпом. Ипак, у дечјем ликовном изражавању могу се уочити одређене развојне карактеристике које се односе на начин коришћења линије, облика, боје, простора и симбола. Познавање тих карактеристика важно је за разумевање дечјег ликовног рада и за стварање адекватних услова за његов даљи развој (Филиповић и Војводић, 2017).

Посебно место у ликовном изражавању има цртеж. Цртање детету омогућава да непосредно бележи и организује своја искуства, али и да представља оно што није непосредно присутно. Кроз цртеж дете постепено развија способност да одређеним линијама, облицима и просторним односима представи људе, предмете, појаве и ситуације које су му значајне. При томе, дете не мора да тежи дословном приказивању стварности. Оно може да наглашава одређене делове, мења њихову величину или положај и комбинује различите елементе на начин који одговара његовом личном доживљају.

Ликовно изражавање је, стога, тесно повезано са перцептивним и просторним искуством детета. Да би нешто представило, дете посматра односе између делова, уочава њихову величину, положај и облик и покушава да те односе пренесе на површину или у простор. Приликом цртања и обликовања дете тако долази у ситуацију да упоређује, распоређује, групише и комбинује различите елементе. Ови процеси нису само ликовне природе, већ садрже и елементе когнитивног и математичког мишљења.

У том смислу, линија, облик и простор представљају основна ликовна средства која су посебно значајна за тему овог рада. Дете у ликовним активностима користи различите линије, препознаје и ствара облике, поставља елементе на одређене позиције и успоставља односе између њих. На пример, приликом цртања куће може да комбинује правоугаоник и троугао, приликом приказивања човека може да користи

кругове и линије, а приликом украшавања одређене површине може да понавља исте или сличне елементе. Иако дете овакве поступке не мора да именује математичким језиком, они могу садржати елементе препознавања облика, просторних односа, величина и образаца.

Слично томе, организација простора има значајно место у дечјем ликовном изражавању. Дете одређује где ће поставити одређени елемент, шта ће бити изнад или испод, шта ће бити ближе или даље, шта ће бити веће или мање и како ће различити елементи бити међусобно распоређени. Просторни односи се тако јављају као део самог процеса ликовног стварања. Развој просторног мишљења и способност уочавања односа између објеката представљају значајан део раног когнитивног развоја, а ликовне активности могу пружити природне ситуације за њихово испољавање.

Поред облика и просторних односа, у ликовним радовима могу се појавити понављање, ритам, симетрија и пропорције. Дете може понављати исте линије, облике или боје, смењивати елементе према одређеном редоследу или организовати композицију тако да се одређени делови међусобно подударају. Такви поступци представљају значајну основу за касније разумевање образаца и односа. Истовремено, када дете упоређује величину делова фигуре или предмета и настоји да их прикаже у одређеном међусобном односу, оно успоставља елементарне односе пропорције.

Савремени приступи ликовном образовању у раном детињству наглашавају значај процеса истраживања, а не само коначног продукта. Детету је потребно обезбедити разноврсне материјале и могућности да испробава, комбинује и мења своје поступке. Средина богата материјалима, уз подршку осетљивог и подстицајног васпитача, омогућава детету да самостално истражује ликовне могућности и развија сопствене начине изражавања (Epstein & Trimis, 2002; Isbell & Raines, 2013).

Улога васпитача у том процесу није да детету намеће готов модел или начин на који треба да изгледа његов рад, већ да обезбеди услове за истраживање и да подржи дете у развијању сопствених идеја. Квалитетно ликовно окружење подразумева доступност различитих материјала, времена за истраживање, могућност избора и комуникацију о ономе што дете ради. Савремени приступи посебно истичу значај средине која подстиче откривање, интеракцију, чулно и моторичко истраживање, машту и постављање питања (McClure et al., 2017).

Васпитач при томе има могућност да кроз разговор са дететом проширује његова искуства, али без преузимања контроле над процесом стварања. Питања попут „Како си направио овај облик?“, „Где ћеш поставити овај део?“, „Да ли су ова два дела исте величине?“ или „Шта би се догодило када би поновио овај облик још неколико пута?“ могу подстаћи дете да образложи сопствени поступак и да постане свесније односа које успоставља у свом раду. На тај начин разговор о ликовном раду може истовремено подржати развој језика, мишљења и способности уочавања односа.

Посматрано из угла овог рада, посебно је значајно то што ликовно изражавање представља природан контекст за истовремено испољавање различитих области развоја. Дете које црта, слика или обликује не мора да размишља о математици као посебној области, али у процесу стварања може да упоређује величине, препознаје облике, организује простор, понавља елементе, уочава симетрију и успоставља различите односе међу деловима. Управо због тога ликовне активности могу бити значајан контекст за препознавање елемената математичког мишљења у свакодневном учењу детета.

При томе је важно нагласити да математичке елементе у ликовном изражавању не треба вештачки наметати. Циљ није да се свака ликовна активност претвори у математички задатак, већ да васпитач препозна могућности које већ постоје у дејој активности и да их, када је то смислено, прошири питањима, материјалима и ситуацијама за истраживање. Такав приступ одговара савременом схватању детета као активног и компетентног учесника у процесу учења.

Управо се у овој тачки успоставља непосредна веза између ликовног изражавања и математичког мишљења. Ако дете током ликовне активности користи облике, успоставља просторне односе, пореди величине, уочава симетрију и ствара понављајуће обрасце, онда ликовни контекст постаје један од контекста у којима се математичко мишљење може испољити на природан и детету близак начин. Због тога је за разумевање теме овог рада неопходно посебно размотрити повезаност математике и ликовног изражавања у раном учењу, што ће бити предмет наредног поглавља.

2.3. Повезаност математике и ликовног изражавања у раном учењу

Повезивање математике и ликовног изражавања у предшколском узрасту полази од чињенице да дете своја различита искуства не доживљава као одвојене области знања. У свакодневним активностима дете истовремено посматра, истражује, упоређује, организује, ствара и комуницира, при чему се различити облици учења природно преплићу. Почетни математички појмови код деце предшколског узраста развијају се кроз манипулацију предметима, уочавање односа, поређења и решавање конкретних проблемских ситуација (Прентовић и Сотировић, 1998). Због тога се математичко мишљење може развијати и у ситуацијама које нису непосредно осмишљене као математичке активности, већ у контекстима игре, истраживања, конструктивних активности и ликовног изражавања (Clements & Sarama, 2009; van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2014).

Ликовна активност представља посебно погодан контекст за такво повезивање јер у њој дете користи и организује различите визуелне и просторне елементе. Приликом цртања, сликања, колажирања или обликовања дете бира, комбинује и распоређује облике, линије и друге елементе, одређује њихов положај и величину и успоставља односе између њих. На тај начин се у ликовној активности могу појавити различити елементи математичког мишљења, иако дете не мора да их препознаје као математику нити да их именује формалним математичким појмовима.

Једна од најочигледнијих веза односи се на геометријске облике. Деца током ликовног изражавања често користе круг, квадрат, троугао, правоугаоник и друге облике као делове својих цртежа и композиција. При томе облици могу бити самостални елементи, али и делови сложенијих целина. Дете, на пример, може комбиновати више једноставних облика како би представило човека, кућу, возило или неки предмет из непосредног окружења. Овакве активности омогућавају детету да препознаје карактеристике облика, упоређује их и уочава начине на које се различити облици могу комбиновати (Clements & Sarama, 2009).

Геометријско мишљење у раном детињству, међутим, не односи се само на препознавање и именовање облика. Оно обухвата и уочавање њихових карактеристика, односа и положаја у простору. Управо због тога ликовне активности могу пружити могућности за развијање просторног мишљења. Када дете одлучује шта ће поставити

изнад, испод, поред, испред или иза другог елемента, оно успоставља просторне односе. Када одређује где ће поставити одређени облик на папиру или у односу на друге елементе, оно истовремено организује простор своје ликовне композиције.

Просторно мишљење има значајно место у раном математичком развоју. Истраживања указују да су просторне представе и способности повезане са развојем математичког мишљења и да се могу подстицати кроз различите активности у којима деца манипулишу предметима, представљају простор и разматрају односе између објеката (Clements & Sarama, 2009). Ликовно изражавање је у том погледу посебно значајно јер дете мора да донесе одлуке о положају, величини и међусобном односу елемената које приказује.

Поред облика и простора, значајна веза између математике и ликовног изражавања може се уочити у поређењу величина и успостављању односа. Дете може да приказује нешто као веће или мање, дуже или краће, ближе или даље, као и да различитим величинама елемената наглашава њихов међусобни однос. Иако такво представљање није нужно резултат формалног мерења, оно укључује елементарне процесе поређења и процењивања који су значајни за развој математичких појмова (Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004).

Посебно занимљиву област повезивања представљају обрасци и понављања. Дете током ликовне активности може понављати исти облик, линију, боју или комбинацију елемената, али и организовати елементе по одређеном редоследу. Такво понављање може бити спонтано и настати као део естетског или стваралачког избора детета, али истовремено представља могућност за уочавање правилности и образаца. Препознавање и стварање образаца сматра се значајним делом раног математичког учења јер дете кроз њих развија способност уочавања правилности, предвиђања и успостављања односа (Greenes, Ginsburg & Balfanz, 2004; van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2014).

Са обрасцима је повезан и ритам, који се може испољити у понављању линија, облика или других елемената у ликовној композицији. На пример, дете може наизменично постављати два различита облика или понављати исти мотив у одређеном редоследу. У таквим ситуацијама дете не мора свесно да размишља о математичком обрасцу, али његова активност подразумева успостављање правилности и редоследа.

Управо такве спонтане ситуације представљају значајан потенцијал за интегрисано учење.

Симетрија такође представља једну од јасних додирних тачака математике и ликовног изражавања. У ликовним активностима деца могу спонтано стварати симетричне композиције, пресликавати облике или распоређивати елементе тако да њихов положај са једне стране одговара положају са друге стране. Симетрија се може појавити у цртању, сликању, изради орнамената, колажу или обликовању. Такве активности омогућавају детету да кроз визуелно искуство уочава подударност, распоред и односе између делова целине.

Слична повезаност може се уочити и код пропорција. Приликом представљања човека, животиње, предмета или неке друге целине дете успоставља односе између величина појединих делова. Ти односи не морају одговарати реалним пропорцијама, јер дете ликовним приказом често наглашава оно што му је значајно. Ипак, сам процес упоређивања делова и одређивања њихове величине у односу на целину представља искуство које може бити повезано са развојем разумевања односа величина и пропорција.

Важно је нагласити да се наведени математички елементи у ликовном изражавању не појављују нужно као резултат намерног подучавања математике. Дете може да користи круг зато што њиме жели да представи сунце, да понавља одређени облик зато што му се та композиција допада или да распореди елементе у простору на одређени начин без свести да користи математички појам. Управо та спонтаност представља једну од најважнијих карактеристика интегрисаног учења у предшколском периоду.

Математичко учење не треба ограничити на ситуације у којима васпитач детету директно поставља математички задатак. Савремена истраживања раног математичког образовања наглашавају значај различитих контекста у којима деца могу да уочавају, користе и развијају математичке идеје. Кроз игру и истраживање дете гради неформална математичка знања која се касније могу повезивати са формалнијим математичким појмовима (Björklund, van den Heuvel-Panhuizen & Kullberg, 2020).

Управо због тога интеграција математике и ликовног изражавања не подразумева додавање математичког садржаја ликовној активности на вештачки начин.

Њен смисао је пре свега у препознавању математичких потенцијала који већ постоје у децјем искуству и активности. Када дете црта, слика или обликује, васпитач може да препозна тренутке у којима дете пореди, класификује, распоређује, уочава облик, величину, просторни положај или правилност и да такво искуство додатно подржи.

Улога васпитача у овом процесу зато је веома значајна. Васпитач не треба да преузме ликовну активност и претвори је у формално математичко подучавање, већ да пажљиво посматра децје поступке и да, када за то постоји основ, поставља питања и нуди материјале који ће подстаћи даље истраживање. Питања о облику, величини, положају, броју елемената, њиховом редоследу или начину понављања могу помоћи детету да постане свесније односа које већ успоставља у свом раду.

Такво повезивање одговара концепцији интегрисаног учења у предшколском узрасту, у којој се различите области искуства не издвајају строго једна од друге, већ се повезују кроз смислене ситуације и активности детета. У оквиру програма *Године узлета* посебно се истиче значај ситуационог и интегрисаног учења, као и могућност да дете кроз истраживање, игру и стваралачке активности повезује различита искуства и гради сопствена значења (Године узлета, 2019).

Повезивање математике и ликовног изражавања тако може допринети томе да математички појмови детету буду доступни кроз конкретно и визуелно искуство. Истовремено, ликовна активност добија шири образовни потенцијал јер, поред стваралачког и естетског значаја, постаје простор за истраживање односа, структура, облика и просторних организација. На тај начин математика и ликовно изражавање не губе своје специфичности, већ се њихове могућности допуњују у оквиру заједничког искуства детета.

За тему овог рада посебно је важно што се значајан број математичких појмова који су предмет истраживања, геометријски облици, просторни односи, величине, симетрија, пропорције и понављајући обрасци, може појавити управо током ликовних активности. То ствара основу за њихово препознавање и праћење у свакодневном раду васпитача. Истовремено, начин на који васпитач препознаје ове елементе и реагује на њих може утицати на то да ли ће спонтано математичко искуство детета остати само део ликовне активности или ће постати полазиште за даље истраживање и учење.

Повезаност математике и ликовног изражавања може се разумети као могућност да се математичке идеје препознају у природним ситуацијама дечјег стварања, а да се истовремено ликовно изражавање не сведе на средство за усвајање математичких садржаја. Управо у том балансу између слободног стваралаштва и педагошког препознавања могућности за учење огледа се значај интегрисаног приступа. Зато је у наставку потребно посебно размотрити улогу васпитача и значај интегрисаног учења у повезивању ових области.

2.4. Улога васпитача и значај интегрисаног учења

У предшколском васпитању и образовању улога васпитача не своди се на преношење унапред одређених знања и усмеравање дечјих активности према унапред задатим резултатима. Пијаже (1977) истиче да дете у предоперационалној фази развија когнитивне структуре кроз директну интеракцију са окружењем и конкретним материјалима, док Виготски (1978; 1996) наглашава значај социјалне интеракције и улоге одраслог у зони наредног развоја, где дете уз подршку може да постигне виши ниво разумевања. Васпитач креира услове у којима деца могу да истражују, постављају питања, испробавају различита решења, повезују искуства и граде сопствена значења. Такав приступ подразумева пажљиво посматрање деце и препознавање могућности за учење које се појављују у различитим свакодневним ситуацијама. Улога васпитача је истовремено подржавајућа, подстицајна и намерно усмерена, јер васпитач својим изборима, питањима и начином организовања окружења усмерава могућности за даље учење.

Савремени приступи предшколском васпитању наглашавају да квалитетна педагошка пракса подразумева повезивање различитих области развоја и учења, уз уважавање дечјих интересовања, искустава и индивидуалних начина учења. Васпитач треба да познаје развојне могућности деце, али и да буде осетљив на конкретну ситуацију у којој се учење одвија. На тај начин планирање није одвојено од посматрања и праћења деце, већ се заснива на разумевању онога што деца већ знају, раде и истражују (NAEYC, 2020).

Посебан значај у том процесу има професионална осетљивост васпитача за могућности које се појављују у дечјим активностима. Дете током игре, конструктивне,

истраживачке или ликовне активности може да пореди, групише, класификује, распоређује, уочава односе и правилности, али то не мора бити препознато као математичко искуство уколико васпитач не обрати пажњу на те процесе. Зато је важно да васпитач уме да препозна математичке елементе у активностима које на први поглед припадају другој области.

То је нарочито значајно када је реч о ликовном изражавању. Док дете црта, слика, прави колаж или обликује различите материјале, оно истовремено доноси одлуке о облику, величини, положају, распореду и међусобном односу елемената. Улога васпитача није да такву активност прекида и претвара у формално математичко подучавање, већ да препозна могућности које већ постоје у деčјем стваралаштву и да их, када је то смислено, додатно подржи.

О значају оваквог приступа посебно сведоче истраживања која су усмерена управо на повезивање математике и уметности у предшколској пракси. Бјорклунд и Ахлског-Бјоркман (2017) испитивале су начине на које васпитачи интегришу математику и уметност у тематски организованом раду. Њихови налази показују да васпитачи могу имати различита полазишта у погледу циљева учења и начина на који повезују ове две области. Уочене су разлике између приступа који су више усмерени на процес, продукт, развој детета или подстицање свести о одређеним појавама. То указује да сама могућност повезивања математике и уметности није довољна, већ да значај има начин на који васпитач ту повезаност препознаје и педагошки користи.

Ахлског-Бјоркман и Бјорклунд (2016) указују на значај начина на који васпитачи размишљају о циљевима учења када су математика и уметност интегрисане у тематски рад. Овај аспект је посебно важан јер начин на који васпитач тумачи одређену активност утиче и на то које ће могућности за учење препознати у њој. Уколико се ликовна активност посматра искључиво као простор за слободно и естетско изражавање, могу остати непрепознати математички односи које дете током те активности успоставља. С друге стране, ако се ликовна активност претвори искључиво у средство за усвајање математичких појмова, може се ограничити њена стваралачка вредност.

Због тога интегрисано учење не подразумева једноставно додавање садржаја једне области другој. Његов суштински значај је у повезивању различитих искустава

детета у смисленом контексту. У случају математике и ликовног изражавања, то значи да дете може истовремено да ствара и да истражује математичке односе који се природно појављују у процесу стварања. На пример, приликом израде композиције дете може да распоређује облике, приликом цртања да упоређује величине, приликом израде орнамента да понавља одређене елементе, а приликом обликовања да истражује просторне односе.

Интегрисано учење зато омогућава да се математички појмови не усвајају изоловано, већ у контексту конкретне активности и дечјег искуства. Истовремено, дете не мора да буде свесно да „учи математику“. Оно може бити усмерено на решавање ликовног или практичног проблема, док се математичко мишљење развија кроз поступке које користи у том процесу. Управо та природна повезаност различитих облика учења представља једну од важних вредности интегрисаног приступа.

Улога васпитача огледа се и у избору материјала, простора и ситуација за учење. Разноврсни материјали могу подстаћи децу да истражују облике, величине, просторне односе, симетрију, понављања и различите начине организовања композиције. Васпитач може понудити материјале који отварају више могућности за истраживање, али при томе не одређује унапред јединствен начин њиховог коришћења. На тај начин дете задржава могућност избора и стваралачке слободе, док се истовремено стварају услови за различите облике учења.

Посебно место имају питања и коментари васпитача. Уместо да детету даје готова решења, васпитач може подстаћи дете да само уочи одређени однос или правилност. Питања попут: „Шта примећујеш код ова два облика?“, „Где би могао да поставиш овај део?“, „Шта би се догодило када би поновио овај облик?“, „Како би могао да направиш да обе стране буду исте?“ могу проширити дечје размишљање, а да при томе не наруше ток ликовне активности. На тај начин разговор постаје средство за повезивање дететовог непосредног искуства са појмовима и односима које оно постепено уочава.

Међутим, истраживања показују да постојање потенцијала за интеграцију не значи нужно и његову успешну примену у пракси. Вилмот и Шефер (2015) указују на значај професионалног развоја васпитача у области повезивања визуелних уметности и математике, при чему су у њиховом истраживању уочене тешкоће у преношењу знања

о могућностима интеграције у непосредну праксу. То указује да је, поред позитивног става васпитача, важно обезбедити и довољно професионалних знања о томе како се математичке идеје могу препознати и подржати кроз уметничке активности.

Интегрисано учење захтева од васпитача да истовремено води рачуна о целокупном смислу активности и специфичним могућностима за учење. Он не треба да тражи математику у сваком дечјем цртежу, нити да сваку ликовну активност усмерава ка остваривању математичких циљева. Професионално поступање подразумева препознавање ситуација у којима је одређена математичка идеја већ присутна и процену да ли је њено даље подстицање за дете у том тренутку смислено.

Овакав приступ је у складу и са концепцијом програма *Године узлета*, у којој се учење посматра као интегрисан процес који се одвија кроз односе, игру, истраживање, животне ситуације и различите начине учешћа деце. Простор, материјали, односи и активности треба да омогуће деци да истражују и повезују различита искуства, док васпитач својим професионалним поступцима ствара услове за такво учење (*Године узлета*, 2019).

Посматрано из угла теме овог рада, васпитач има посебно важну улогу у препознавању математичког потенцијала ликовних активности. Он може да уочи када дете користи геометријске облике, организује елементе у простору, пореди величине, ствара понављајуће обрасце, успоставља симетричне односе или на различите начине представља односе делова и целине. Таква запажања могу постати основ за даље планирање активности, али и за документовање и праћење дечјег учења.

Значај интегрисаног учења огледа се у томе што оно омогућава да се различити аспекти дечјег развоја посматрају повезано. Математичко мишљење, ликовно изражавање, говор, социјална интеракција, истраживање и стваралаштво могу се истовремено развијати у једној ситуацији, без потребе да се активност вештачки раздваја на појединачне области. Тако дете стиче искуство да су различити начини посматрања и разумевања света међусобно повезани.

Због тога се интегрисано учење у овом раду не схвата као методичко спајање два унапред одвојена садржаја, већ као начин организовања услова у којима дете може да повезује различита искуства и начине мишљења. У повезивању математике и ликовног изражавања то значи очување стваралачке природе ликовне активности, уз

истовремено препознавање математичких односа и поступака који се у њој природно јављају.

Квалитет интегрисаног учења у значајној мери зависи од професионалне улоге васпитача. Његово знање, способност посматрања, разумевање дечјег учења и начин постављања подстицаја одређују у којој мери ће потенцијали свакодневних активности бити препознати и искоришћени. Управо зато испитивање ставова и процена васпитача представља значајан аспект проучавања повезаности математике и ликовног изражавања у предшколској пракси, што представља непосредну основу за истраживачки део овог рада.

2.5. Досадашња истраживања о повезаности математике и уметности

Повезивање математике и уметности у раном детињству представља област која је последњих година све присутнија у истраживањима раног учења. Иако се математика и уметност традиционално посматрају као различите области, савремена истраживања указују на могућност њиховог природног повезивања у активностима деце. Посебно су значајни они приступи који полазе од дечјег искуства, истраживања и стваралаштва, а математичке појмове препознају у ситуацијама у којима дете истражује облик, простор, величину, односе, правилности и обрасце.

Једно од директније усмерених истраживања спровеле су Бјорклунд и Ахлског-Бјоркман (2017), које су испитивале начине на које васпитачи повезују математику и уметност у тематском раду. Истраживање је обухватило 27 васпитача из Финске и Шведске, а подаци су прикупљени путем упитника. Резултати су показали да постоје различити приступи повезивању математике и уметности. Ауторке су уочиле приступе усмерене на процес, производ, развој детета и подстицање свести о математичким садржајима. Различита усмерења васпитача доводила су и до различитих начина на које су деца могла да доживе и истражују математичке садржаје у оквиру уметничких активности. Ово истраживање је посебно значајно за предмет овог рада јер показује да повезивање математике и уметности не зависи само од могућности које пружа сама активност, већ и од начина на који васпитач препознаје и усмерава те могућности.

Сличну проблематику разматрају Ахлског-Бјоркман и Бјорклунд (2016), које су се бавиле начинима на које васпитачи препознају математичке садржаје у уметничким

активностима. Њихови налази указују на то да интеграција математике и уметности подразумева више од простог додавања математичког задатка у уметничку активност. Од значаја је начин на који васпитач тумачи дечје активности и препознаје математички потенцијал ситуације. На тај начин уметничка активност може постати простор за истраживање односа, облика, просторних положаја и других математичких садржаја.

Посебно је значајно истраживање Вилмот и Шефер (2015), које је било усмерено на примену визуелних уметности у развоју математичких појмова облика и простора код деце у *Grade R* програму, који обухвата период непосредно пре поласка у школу. Ауторке су испитивале разумевање васпитача о могућностима коришћења визуелних уметности као средства за учење математике. Истраживање је показало да само учешће васпитача у програму стручног усавршавања није нужно довело до промене њихове праксе. Након интервенције васпитачи нису у довољној мери користили визуелне уметности за подучавање математичких појмова. Као важни фактори издвојени су недовољно математичко знање, несигурност у креирању одговарајућих активности и недовољно разумевање начина на који деца уче математику.

Ови налази су значајни јер указују на разлику између постојања могућности за интеграцију математике и уметности и њиховог стварног коришћења у васпитно-образовној пракси. Дете може током цртања, сликања, моделовања или израде колажа природно користити облике, просторне односе, величине, симетрију и обрасце, али то не значи да ће ти елементи аутоматски бити препознати као математичко искуство. Улога васпитача зато постаје значајна у препознавању математичких идеја које се јављају у дечјем стваралаштву.

Истраживања су показала и да повезивање математике и уметности није ограничено само на предшколски узраст. На пример, истраживање Тунберг и сарадника (2017) бавило се применом приступа који повезује математику и уметност кроз практичан и истраживачки рад. Иако није усмерено искључиво на предшколску децу, ово истраживање подржава шири став да уметнички контекст може допринети другачијем доживљају математике и омогућити њено повезивање са креативним и практичним активностима.

Још непосредније повезивање математике и уметности приказано је у раду Лопес Родригес (2015), који представља интердисциплинарни приступ математици и уметности са децом узраста око две године. Полазећи од ликовног дела Василија Кандинског, деца су истраживала и описивала елементе као што су боје и концентрични кругови, а затим учествовала у сопственим ликовним продукцијама. Овај пример показује да се геометријски односи и други математички елементи могу истраживати у врло раном узрасту кроз непосредно ликовно искуство.

Најновија истраживања настављају овај правац, али га проширују и на дигиталне облике визуелног стваралаштва. Леунг и сарадници (2026) испитивали су могућности подстицања математичког учења деце узраста од три до шест година кроз израду анимација. У активностима које су биле усмерене на креирање анимација, деца су, уз подршку васпитача, користила и истраживала различите математичке садржаје, укључујући облике, просторне односе и бројеве. Налази овог истраживања указују на могућност повезивања математичког учења са визуелним и креативним активностима и показују да дигитално стваралаштво може представљати подстицајан контекст за истраживање математичких идеја. Ово истраживање додатно потврђује значај стваралачких активности као контекста у којем деца могу да испољавају и развијају различите елементе математичког мишљења.

Досадашња истраживања указују на неколико важних закључака. Прво, математички садржаји могу бити природно присутни у ликовним и другим уметничким активностима деце. Посебно се издвајају геометријски облици, просторни односи, величине, симетрија, понављајући обрасци и други облици правилности. Друго, интеграција математике и уметности не остварује се аутоматски, већ у значајној мери зависи од тога како васпитач препознаје могућности за учење и како подржава дечје истраживање. Треће, истраживања показују потребу за додатним професионалним оснаживањем васпитача како би могли да препознају математички потенцијал у различитим облицима дечјег стваралаштва и да га подстичу без нарушавања природе саме уметничке активности.

Иако наведена истраживања пружају значајна сазнања о повезивању математике и уметности, уочава се да је ова област још увек релативно специфична у доступним истраживањима, нарочито када је реч о присутности различитих математичких појмова

у ликовном изражавању из перспективе васпитача. Управо тај аспект представља полазиште за истраживање у овом раду. За разлику од истраживања која су усмерена на интервенције, развој конкретних програма или непосредно посматрање деце, овде је пажња усмерена на процене васпитача о томе у којој мери се математички појмови испољавају током ликовних активности, као и на њихове ставове о повезивању математике и ликовног изражавања.

На тај начин досадашња истраживања представљају теоријску и емпиријску основу за даље разматрање ове проблематике, а истовремено указују на оправданост испитивања начина на који васпитачи препознају и вреднују математичке елементе у децјем ликовном изражавању.

3. Дефинисање основних појмова

У складу са предметом и циљем истраживања, у раду се издвајају основни појмови чије је значење важно за разумевање повезаности математике и ликовног изражавања деце предшколског узраста. Појмови су одређени на основу релевантних теоријских становишта и истраживања из области раног математичког образовања, развоја дечјег ликовног изражавања и интегрисаног учења.

Математика се у контексту предшколског узраста не односи само на бројеве и рачунање, већ обухвата различита математичка искуства која дете стиче кроз игру, истраживање и свакодневне активности. Клементс и Сарама (2009) истичу да рано математичко учење обухвата развој знања и способности повезаних са бројем, количином, обликом, простором, мерењем, обрасцима и односима. Слично томе, ван ден Хеувел-Панхуизен и Елиа (2014) математику у раном детињству посматрају као област која се развија кроз ситуације блиске дететовом искуству и у којима оно уочава и истражује математичке односе.

Математичко мишљење односи се на начин на који дете уочава, повезује и тумачи математичке односе у различитим ситуацијама. Према Клементсу и Сарам (2009), развој математичког мишљења подразумева постепено изграђивање математичких знања и способности кроз искуства која одговарају развојним могућностима детета. Гинсбург, Гринз и Балфанц (2003) указују на то да мала деца поседују бројна неформална математичка знања која користе у игри и свакодневним ситуацијама, при чему пореде, класификују, уочавају обрасце, просторне односе и величине.

Математички појмови представљају појмове и односе које дете постепено изграђује кроз непосредна искуства и различите активности. Клементс и Сарама (2009) у оквиру раног математичког развоја издвајају области које укључују број, геометрију, простор, мерење и обрасце, док ван ден Хеувел-Панхуизен и Елиа (2014) посебно указују на значај просторних и геометријских искустава у раном математичком учењу.

Предшколски узраст у овом раду односи се на период развоја детета пре поласка у школу, у којем се учење одвија кроз игру, истраживање, комуникацију, практично деловање и различите облике изражавања. Према ван ден Хеувел-Панхуизен

и Елиа (2014), рано математичко учење повезано је са ситуацијама које су деца блиске и у којима она активно истражују математичке односе. Бјорклунд, ван ден Хеувел-Панхуизен и Кулберг (2020) такође указују на значај начина на који се математичко учење у предшколском периоду повезује са деčјим активностима и искуствима.

Ликовно изражавање представља један од начина на који дете истражује и представља свет који га окружује, као и сопствена искуства, доживљаје и идеје. Епстеин и Тримис (2002) указују на значај визуелних уметности у раном детињству и наглашавају да деца кроз различите ликовне активности истражују материјале, визуелне елементе и могућности сопственог изражавања. Према Филиповић и Војводић (2017), развој деçјег ликовног изражавања одвија се постепено и обухвата промене у начину на који дете користи линију, облик, боју, простор и друге елементе ликовног језика.

Математички елементи у ликовном изражавању односе се на појаве у ликовним активностима које истовремено могу имати математичку димензију. То су, пре свега, употреба и комбиновање геометријских облика, организовање елемената у простору, односи величина, симетрично распоређивање, понављање елемената, стварање образаца и успостављање односа делова и целине. Вилмот и Шефер (2015) показују да визуелне уметности могу представљати контекст за развијање и подучавање математичких појмова облика и простора. Полазећи од овог становишта, у овом раду математички елементи у ликовном изражавању не схватају се као посебно издвојени математички задаци, већ као математички односи који се могу уочити у самом процесу ликовног стварања.

Интегрисано учење подразумева повезивање различитих области учења у оквиру смислених ситуација и активности. Бјорклунд и Ахлског-Бјоркман (2017) указују на различите начине на које васпитачи повезују математику и уметност у тематском раду са децом, док Ахлског-Бјоркман и Бјорклунд (2016) показују да начин интегрисања ових области зависи и од тога како васпитачи препознају могућности за математичко учење у уметничким активностима.

Улога васпитача односи се на стварање услова у којима дете може да истражује, изражава се и повезује различита искуства. NAEYC (2020) наглашава значај намерног, развојно примереног поступања васпитача, заснованог на познавању развоја

детета, посматрању његових активности и обезбеђивању подстицајног окружења. У контексту повезивања математике и ликовног изражавања, Бјорклунд и Ахлског-Бјоркман (2017) указују на значај начина на који васпитачи препознају и користе могућности за математичко учење које се појављују током уметничких активности.

Године узлета представљају концепцију предшколског васпитања и образовања која полази од детета као активног учесника у сопственом учењу и развоју. У Основама програма предшколског васпитања и образовања наглашавају се целовитост децјег учења, учење кроз игру и истраживање, значај односа и интеракција, као и повезивање различитих искустава у реалном програму (Године узлета, 2019).

МЕТОДОЛОШКИ ДЕО

1. Предмет истраживања

Предмет овог истраживања односи се на испитивање присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста. Истраживање обухвата анализу начина на које деца током ликовних активности користе елементе математичког мишљења, као што су геометријски облици, просторни односи, симетрија, пропорције и понављајући обрасци.

Предмет истраживања обухвата и ставове васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања, као и њихову улогу у препознавању и подстицању математичких појмова у оквиру ликовних активности у предшколској пракси.

2. Проблем истраживања

У савременој предшколској пракси све више се наглашава значај интегрисаног учења и повезивања различитих области развоја детета, при чему се дете посматра као активан учесник у процесу учења. И поред тога, у пракси се и даље често јавља одвојено посматрање појединих области развоја, па се ликовне активности углавном тумаче кроз њихову естетску и креативну димензију, док се њихов потенцијал за развој математичког мишљења недовољно препознаје.

Проблем овог истраживања огледа се у чињеници да се математички појмови, иако су често присутни у ликовном изражавању деце предшколског узраста, у васпитно-образовној пракси не уочавају увек систематски нити се свесно подстичу. Према проценама васпитача, деца током ликовних активности природно користе елементе као што су облици, просторни односи, симетрија, пропорције и обрасци, али ова појава најчешће остаје на нивоу спонтаног испољавања, без даљег педагошког усмеравања и анализе.

Поред тога, у доступним истраживањима релативно је мало радова који се баве управо повезаношћу математике и ликовног изражавања у предшколском узрасту, као и ставовима васпитача о овој повезаности и њиховој улози у подстицању интегрисаног учења. Због тога се јавља потреба за систематским сагледавањем овог феномена, како

би се боље разумело како васпитачи процењују присутност математичких појмова у ликовним активностима деце и како се они могу свесно подстицати у васпитно-образовном раду.

Управо из наведених разлога, проблем истраживања усмерен је на испитивање присутности и начина испољавања математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста, као и на анализу ставова васпитача о њиховој повезаности и могућностима повезивања у васпитно-образовној пракси.

3. Циљ и задаци

Циљ овог истраживања јесте испитивање присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста, као и сагледавање ставова васпитача о повезаности математике и ликовних активности у предшколској пракси. Истраживање је усмерено на утврђивање како васпитачи процењују присутност елемената математичког мишљења и на који начин препознају и подстичу ову повезаност.

Полазећи од дефинисаног циља, задаци истраживања су:

- 1) Испитати процене васпитача о томе у којој мери деца предшколског узраста током ликовних активности користе геометријске облике и просторне односе.
- 2) Утврдити присутност појаве симетрије, пропорција и понављајућих образаца у ликовним радовима деце.
- 3) Испитати процене васпитача о учесталости вербализације математичких појмова од стране деце током ликовних активности.
- 4) Испитати ставове васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања у предшколској пракси.
- 5) Утврдити у којој мери васпитачи свесно подстичу примену математичких појмова у оквиру ликовних активности.
- 6) Сагледати мишљења васпитача о могућностима унапређивања праксе у правцу интеграције математике и ликовног изражавања.

4. Хипотезе истраживања

Полазећи од предмета, проблема и циља истраживања, формулисане су следеће хипотезе:

Општа хипотеза: Очекује се да су математички појмови присутни у ликовном изражавању деце предшколског узраста и да васпитачи препознају и подстичу повезивање математике и ликовног изражавања у васпитно-образовној пракси, али да степен и начин њиховог повезивања нису у потпуности уједначени и систематизовани.

Посебне хипотезе:

- Очекује се да васпитачи процењују да деца предшколског узраста током ликовних активности често користе геометријске облике и елементе просторних односа, што се испитује тврдњама 1–5 у скали процене.
- Очекује се да васпитачи процењују да су током ликовних активности деце предшколског узраста присутни понављајући обрасци, симетрија, пропорције и ритам, што се испитује тврдњама 6–10 у скали процене.
- Очекује се да васпитачи процењују да деца предшколског узраста током ликовних активности спонтано вербализују математичке појмове и повезују математичке појмове из свакодневног окружења са ликовним активностима, што се испитује тврдњама 11 и 12 у скали процене.
- Васпитачи препознају повезаност математике и ликовног изражавања и уочавају различите математичке појмове у ликовним радовима и различитим врстама ликовних активности, што се испитује питањима 1, 3, 4 и 8 анкетног упитника.
- Васпитачи у посматраној установи позитивно процењују повезаност математике и ликовног изражавања и у значајној мери свесно подстичу математичке појмове током ликовних активности, што се испитује питањима 1 и 2 анкетног упитника.
- Очекује се да васпитачи у посматраној установи планирају активности које повезују математику и ликовно изражавање, али да овакав приступ није у потпуности уједначен и систематизован, што се испитује питањем 5 анкетног упитника и допуњује одговорима на питања 6 и 7.

5. Варијабле и индикатори

У складу са предметом, циљем и хипотезама истраживања, као и садржајем примењених инструмената, дефинисане су испитиване области и одговарајући индикатори. Испитиване области односе се на процену присутности математичких појмова током ликовних активности деце, као и на ставове и праксу васпитача у погледу повезивања математике и ликовног изражавања.

1. Геометријски облици и просторни односи

- коришћење основних геометријских облика (круг, квадрат, троугао);
- комбиновање различитих облика у представљању објеката;
- распоређивање елемената у простору (горе–доле, лево–десно);
- уочавање и коришћење односа величина (веће–мање, дуже–краће);
- примена различитих праваца и оријентација у простору (хоризонтално, вертикално).

Ова област испитивана је тврдњама 1–5 у скали процене.

2. Обрасци, симетрија, пропорције и ритам

- уочавање и приказивање симетрије;
- формирање понављајућих образаца и низова;
- уочавање и примена пропорција у ликовним приказима;
- препознавање образаца у радовима друге деце;
- уочавање и примена ритма као облика понављајућих образаца.

Ова област испитивана је тврдњама 6–10 у скали процене.

3. Вербализација и примена математичких појмова

- спонтано описивање ликовних радова коришћењем математичких појмова;
- уочавање математичких појмова у свакодневном окружењу;
- примена уочених математичких појмова током ликовних активности.

Ова област испитивана је тврдњама 11 и 12 у скали процене.

4. Ставови васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања

- став васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања;

- начини на које васпитачи уочавају математичке појмове у ликовним радовима деце;
- математички појмови које васпитачи најчешће препознају;
- врсте ликовних активности у којима васпитачи најчешће уочавају математичке појмове.

Ова област испитивана је питањима 1, 3, 4 и 8 анкетног упитника.

5. Свесно подстицање математичких појмова током ликовних активности
 - учесталост свесног подстицања математичких појмова током ликовних активности.

Ова област испитивана је питањем 2 анкетног упитника.

6. Планирање и унапређивање праксе у повезивању математике и ликовног изражавања
 - планирање активности које повезују математику и ликовно изражавање;
 - изазови са којима се васпитачи сусрећу у повезивању математике и ликовног изражавања;
 - предлози васпитача за унапређивање ове области у пракси.

Ова област испитивана је питањима 5, 6 и 7 анкетног упитника.

6. Методе, технике и инструменти истраживања

У овом истраживању примењена је дескриптивна метода, која омогућава систематско описивање и сагледавање присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста, као и анализу ставова васпитача о повезаности математике и ликовних активности. Ова метода је погодна за истраживања у области педагогије, јер омогућава приказ постојећег стања у пракси без утицаја на сам процес рада.

Поред дескриптивне методе, примењен је и метод теоријске анализе, који је коришћен за проучавање релевантне стручне и научне литературе из области предшколског васпитања, развоја математичких појмова и ликовног изражавања деце.

У складу са природом истраживања, примењене су следеће истраживачке технике:

- техника скалирања (Ликертова скала процене)
- анкетирање

Техника скалирања коришћена је за процену учесталости појављивања математичких појмова у ликовним активностима деце, док је анкетирање примењено у циљу прикупљања ставова и мишљења васпитача.

За потребе истраживања конструисани су следећи инструменти:

1. Скала процене за васпитаче - Скала процене је креирана са циљем да се утврди учесталост и начин испољавања математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста. Заснована је на петостепеној Ликертовој скали (1 – никада; 2 – ретко; 3 – понекад; 4 – често; 5 – веома често). Скала обухвата три области: геометријски облици и просторни односи; обрасци, симетрија и пропорције; вербализација и примена математичких појмова. Важно је нагласити да подаци о присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце нису прикупљани непосредном анализом дејих ликовних радова, већ на основу процена васпитача добијених применом скале процене. Сходно томе, резултати истраживања заснивају се на проценама васпитача заснованим на њиховим запажањима у пракси о учесталости испољавања математичких појмова током ликовних активности деце предшколског узраста.
2. Анкетни упитник за васпитаче - Анкетни упитник је конструисан са циљем испитивања ставови о повезаности математике и ликовног изражавања, као и њихове праксе у подстицању повезивања математике и ликовног изражавања. Упитник садржи комбинацију затворених и отворених питања и обухвата следеће области: ставови о повезаности математике и ликовног изражавања; учесталост подстицања математичких појмова у ликовним активностима; начини уочавања математичких појмова у ликовним радовима деце; могућности унапређивања праксе.

7. Популација и узорак

Популацију овог истраживања чине васпитачи предшколских установа који раде са децом предшколског узраста.

Узорак истраживања чини 19 васпитача из Предшколске установе „Олга Јовичић-Рита“, вртић „Ратарска капија“ у Краљеву, који су у истраживању учествовали на основу доступности и добровољности. Узорак је пригодан, односно одабран на основу доступности испитаника.

У оквиру узорка прикупљени су општи подаци о испитаницима који се односе на пол, године радног стажа и стручну спрему (Табела 1):

Табела 1: Структура узорка испитаника

Карактеристике испитаника	Категорија	Број	Проценат (%)
Пол	Женски	19	100%
	Мушки	0	0%
Године радног стажа	0–5 година	4	21,1%
	6–10 година	5	26,3%
	11–20 година	6	31,6%
	21+ година	4	21,1%
Стручна спрема	Виша школа (васпитач)	5	26,3%
	Висока школа / струковне студије	8	42,1%
	Мастер студије	6	31,6%

*(Напомена: Проценати су израчунати у односу на укупан број испитаника ($N = 19$)).

Подаци приказани у Табели 1 показују да су сви испитаници женског пола. У погледу радног стажа, највећи број испитаника има од 11 до 20 година радног искуства (31,6%), док су остале категорије радног стажа заступљене у процентима од 21,1% до 26,3%. У погледу стручне спреме, најзаступљенији су испитаници са завршеном високом школом, односно струковним студијама (42,1%), затим испитаници са завршеним мастер студијама (31,6%) и вишом школом за васпитаче (26,3%).

Подаци о полу, стручној спреми и радном стажу испитаника коришћени су за опис структуре узорка, али нису коришћени за поређење резултата.

8. Статистичка обрада података

Статистичка обрада података у овом истраживању извршена је применом дескриптивне статистике. Добијени подаци су организовани, груписани и анализирани у складу са природом питања и циљем истраживања.

У оквиру обраде података коришћене су следеће статистичке методе:

- фреквенције (апсолутне вредности – број испитаника);
- проценти (релативне вредности);
- аритметичка средина;

Подаци су приказани табеларно, графички и описно. Подаци прикупљени путем анкетног упитника обрађени су у складу са типом питања. Затворена питања су анализирана помоћу фреквенција и процената, док су отворена питања обрађена квалитативно, груписањем сличних одговора и њиховим табеларним приказом. Резултати добијени применом скале процене са петостепеном Ликертовом скалом анализирани су израчунавањем аритметичке средине за сваку тврдњу, као и за поједине области испитивања.

Ради прегледности и лакше интерпретације резултата, затворена питања и нумерички подаци биће приказани графички (дијаграми), док ће се одговори на отворена питања приказати табеларно и описно. Оваква комбинација табеларног, графичког и описног приказа омогућава целовитије сагледавање добијених резултата и њихову јаснију интерпретацију.

9. Организација и ток истраживања

Истраживање је реализовано у оквиру Предшколске установе „Олга Јовичић-Рита“, вртић „Ратарска капија“ у Краљеву. Реализација истраживања спроведена је у договору са стручним сарадницима и васпитачима установе, уз поштовање етичких принципа истраживачког рада у васпитно-образовној пракси, укључујући добровољно учешће испитаника и анонимност података.

Истраживање је спроведено у неколико фаза. У првој фази извршена је припрема истраживачких инструмената, који обухватају скалу процене и анкетни

упитник за васпитаче. У овој фази дефинисани су и циљеви истраживања, као и начин прикупљања података у складу са природом предшколске праксе.

У другој фази реализовано је прикупљање података. Васпитачима су дистрибуирани анкетни упитник и скала процене. Анкетни упитник садржао је затворена и отворена питања, док је скала процене коришћена за процену присутности математичких појмова у ликовним активностима деце. Попуњавање инструмената обављено је индивидуално, у оквиру радног времена, без утицаја на свакодневни васпитно-образовни процес.

Трећа фаза обухватила је прикупљање и организацију добијених података, њихово груписање према врсти инструмента, као и припрему за статистичку и квалитативну обраду. Затворена питања и скале процене припремљене су за квантитативну анализу, док су одговори на отворена питања анализирани квалитативно и тематски груписани.

Цео процес истраживања био је усмерен на што верније сагледавање праксе васпитача у контексту повезивања математике и ликовног изражавања деце предшколског узраста, у складу са програмом *Године узлета*.

10. Резултати истраживања

У овом делу рада приказани су резултати истраживања добијени применом скале процене и анкетног упитника. Резултати скале процене приказани су према три испитиване области: геометријски облици и просторни односи, обрасци, симетрија, пропорције и ритам, као и вербализација и примена математичких појмова. За сваку тврдњу приказане су фреквенције и проценти одговора испитаних васпитача, као и аритметичке средине, док су за сваку испитивану област приказане просечне вредности. Резултати анкетног упитника приказани су кроз фреквенције и проценти одговора на питања затвореног типа, док су одговори на питања отвореног типа груписани према садржају одговора и приказани табеларно.

Приликом интерпретације резултата има се у виду да су подаци добијени на основу процена испитаних васпитача, те се резултати односе на њихове процене о присутности математичких појмова током ликовних активности деце.

Табела 2: *Аритметичке средине по тврдњама и испитиваним областима*

Област	Тврдња	Аритметичка средина
I Геометријски облици и просторни односи	1. Основни геометријски облици	4,11
	2. Комбиновање различитих облика	3,95
	3. Распоређивање елемената у простору	4,00
	4. Односи величина	4,00
	5. Правци и оријентације у простору	3,68
Просек области I		3,95
II Обрасци, симетрија и пропорције	6. Симетрија	3,47
	7. Понављајући обрасци	3,89
	8. Пропорције	3,68
	9. Препознавање образаца у радовима друге деце	3,63
	10. Ритам као облик понављајућих образаца	3,53
Просек области II		3,64
III Вербализација и примена математичких	11. Описивање радова математичким појмовима	3,79

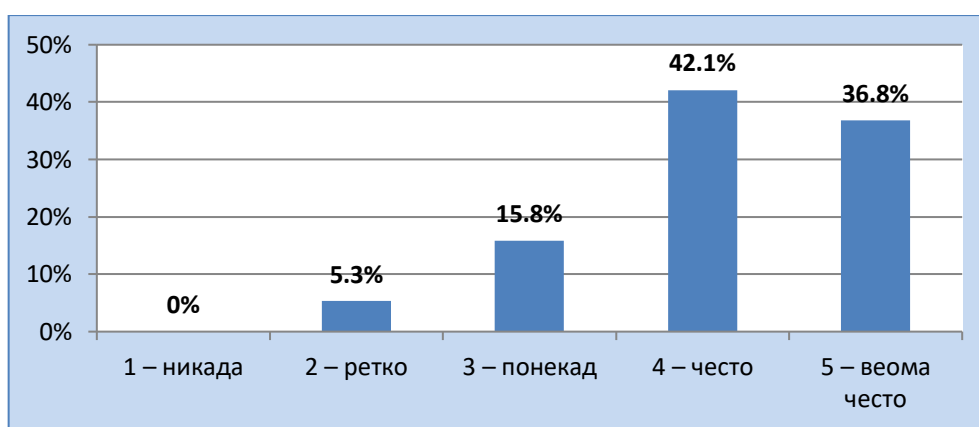
појмова		
	12. Уочавање математичких појмова у окружењу и примена у ликовним активностима	3,74
Просек области III		3,76
Укупна аритметичка средина		3,79

На основу приказаних аритметичких средина може се уочити да је највиша просечна вредност забележена у области геометријских облика и просторних односа ($M = 3,95$), док је нешто нижа просечна вредност добијена у области вербализације и примене математичких појмова ($M = 3,76$). Најнижа просечна вредност забележена је у области образаца, симетрије и пропорција ($M = 3,64$). Укупна аритметичка средина за свих 12 тврдњи износи 3,79. Добијене вредности пружају додатни увид у процене испитаних васпитача о заступљености различитих математичких појмова током ликовних активности деце.

10.1. Заступљеност геометријских облика и просторних односа током ликовних активности

У оквиру ове области испитивана је заступљеност основних геометријских облика и просторних односа у ликовним активностима деце предшколског узраста. Посматрани су различити индикатори који се односе на употребу геометријских облика, њихово комбиновање, просторну организацију елемената, као и на уочавање и примену односа величина и просторних праваца.

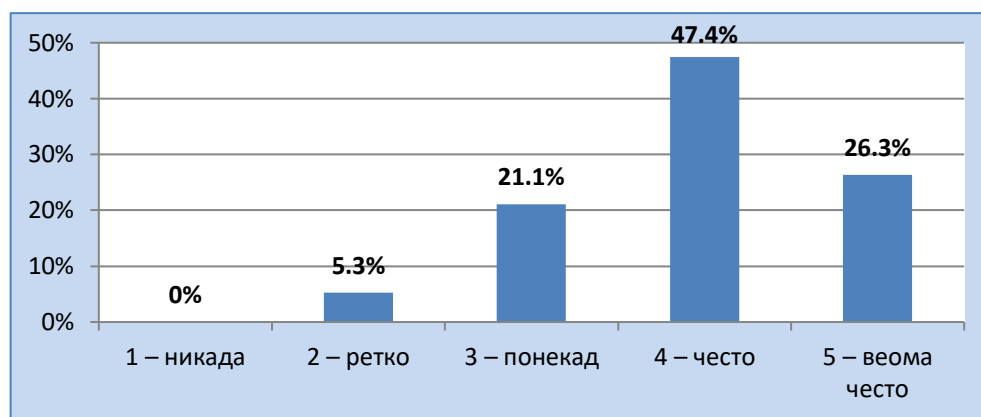
На *Графикону 1* су приказани резултати одговора васпитача о заступљености геометријских облика.



Графикон 1: Заступљеност основних геометријских облика у ликовним радовима деце

Резултати добијени за тврдњу „Деца у својим ликовним радовима користе основне геометријске облике (круг, квадрат, троугао)” показују да већина васпитача сматра да се ова појава јавља често и веома често. Од укупно 19 испитаника, 8 васпитача (42,1%) определило се за одговор „често”, док је 7 испитаника (36,8%) навело одговор „веома често”. Одговор „понекад” изабрала су 3 васпитача (15,8%), док је само 1 испитаник (5,3%) навео одговор „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи у значајној мери процењују присутност геометријских облика током ликовних активности деце, што указује на присутност математичких појмова у ликовном изражавању деце према проценама испитаних васпитача.

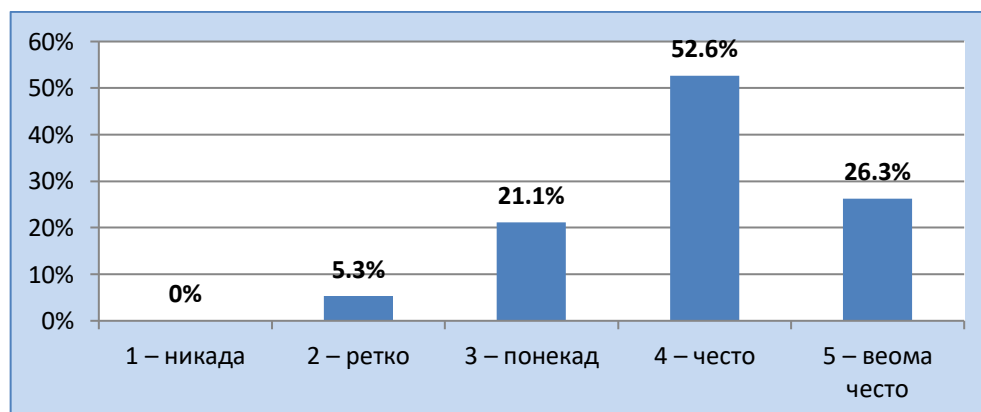
На *Графикону 2* приказани су резултати који се односе на комбиновање различитих облика у ликовним радовима деце.



Графикон 2: *Комбиновање различитих облика у представљању објеката из окружења*

Резултати добијени за тврдњу „Деца комбинују различите облике како би представила објекте из окружења” показују да већина васпитача уочава ову појаву у великој мери током ликовних активности. 9 испитаних васпитача (47,4%) навело је одговор „често”, док је 5 испитаника (26,3%) одабрало одговор „веома често”. Одговор „понекад” изабрала су 4 васпитача (21,1%), док је 1 испитаник (5,3%) навео одговор „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи често уочавају коришћење и комбиновање различитих облика током ликовног изражавања деце како би приказала појаве и објекте из свог окружења, што према њиховим проценама указује на присутност почетних математичких појмова у оквиру ликовних активности.

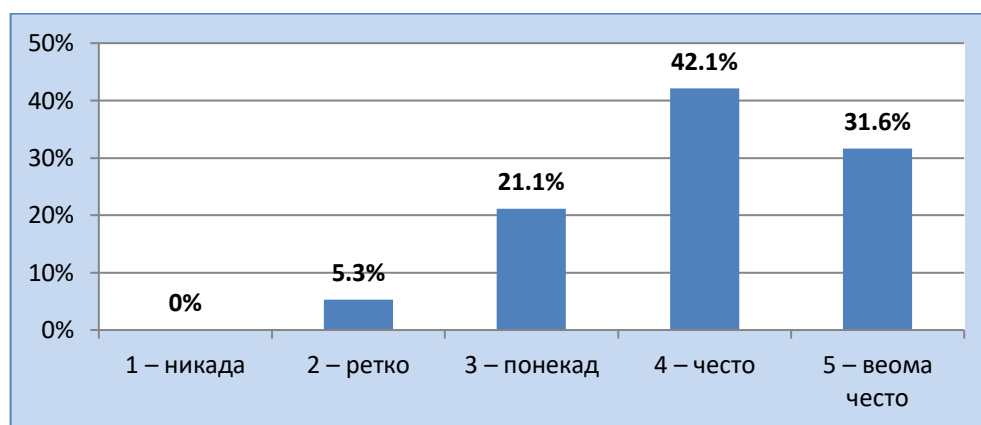
У циљу сагледавања заступљености просторног распоређивања елемената у ликовним активностима деце предшколског узраста, на *Графикону 3* приказани су резултати процене васпитача у оквиру посматране тврдње.



Графикон 3: *Распоређивање елемената у простору (горе–доле, лево–десно)*

Резултати за тврдњу „Деца распоређују елементе у простору (горе–доле, лево–десно)” показују да већина испитаних васпитача уочава ову појаву у значајној мери током ликовних активности. 10 испитаних васпитача (52,6%) је навело одговор „често”, док је 5 васпитача (26,3%) изабрало одговор „веома често”. Одговор „понекад” навела су 3 испитаника (15,8%), док је 1 испитаник (5,3%) навео „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи у великој мери уочавају примену просторних односа током ликовних активности деце, што се према њиховим проценама испољава кроз распоређивање елемената на површини рада.

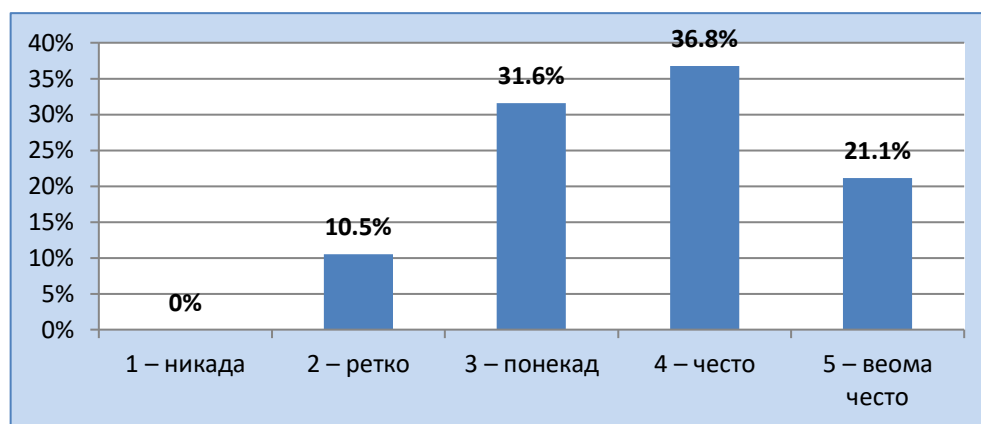
У циљу сагледавања учесталости употребе односа величина у ликовним активностима деце предшколског узраста, приказани су резултати процене васпитача за посматрану тврдњу (*Графикон 4*).



Графикон 4: *Коришћење односа величина (веће–мање, дуже–краће)*

Резултати за тврдњу „Деца користе односе величина (веће–мање, дуже–краће)” показују да је ова појава веома присутна у ликовним активностима. 8 васпитача (42,1%) навело је одговор „често”, док је 6 (31,6%) изабрало „веома често”. Одговор „понекад” навела су 4 испитаника (21,1%), а 1 васпитач (5,3%) је навео „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи често уочавају коришћење односа величина током ликовних активности деце приликом представљања објеката и појава из свог окружења, што доприноси развоју разумевања математичких појмова везаних за поређење, мерење и уочавање односа међу елементима.

У циљу испитивања заступљености различитих праваца и оријентација у простору током ликовних активности деце предшколског узраста, на *Графикону 5* приказани су резултати процене васпитача за посматрану тврдњу.



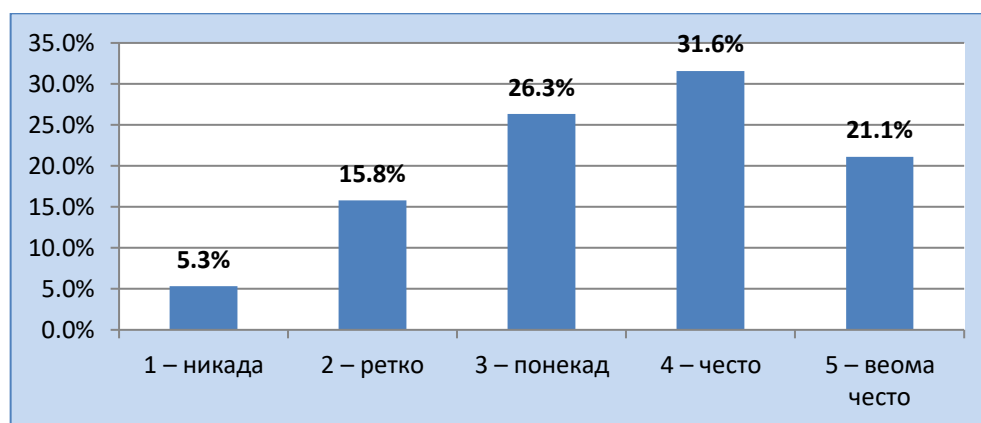
Графикон 5: *Коришћење различитих праваца и оријентација у простору (хоризонтално, вертикално)*

Резултати за тврдњу „Деца користе различите правце и оријентације у простору (хоризонтално, вертикално)” указују да већина васпитача уочава ову појаву, али нешто ређе у односу на претходне индикаторе. 7 (36,8%) навело је одговор „често”, док је 4 (21,1%) изабрало „веома често”. Одговор „понекад” навело је 6 васпитача (31,6%), док је 2 испитаника (10,5%) навело „ретко”. Одговор „никада” није забележен. На основу добијених резултата може се закључити да испитани васпитачи уочавају препознавање и коришћење различитих праваца и оријентација у простору током ликовних активности деце, иако је ова појава нешто мање изражена у односу на употребу геометријских облика, просторних односа и односа величина. Према проценама испитаних васпитача, различити правци и оријентације представљају још један од начина испољавања просторних односа у ликовним активностима.

10.2. Присутност симетрије, пропорција и ритам у ликовним активностима деце

У оквиру ове области испитивана је присутност симетрије, пропорција и понављајућих образаца у ликовним радовима деце предшколског узраста. Посебна пажња усмерена је на уочавање и приказивање симетрије, формирање образаца и ритмичких структура, као и на препознавање и примену пропорција током ликовног изражавања.

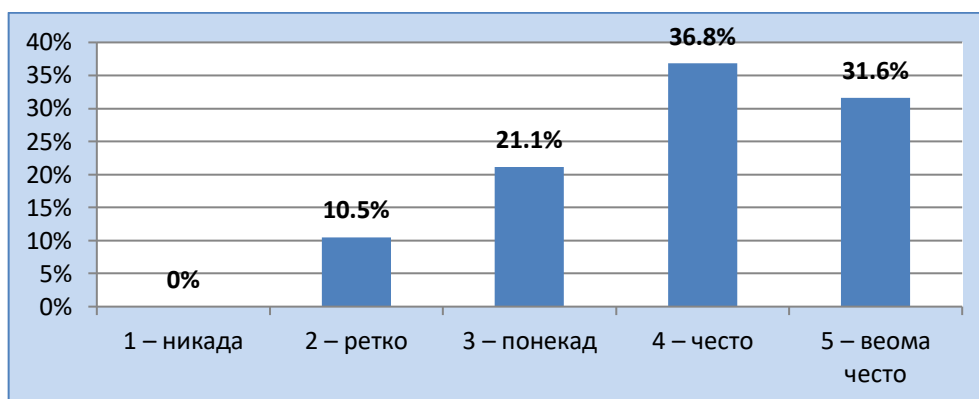
У циљу испитивања присутности симетрије у ликовним радовима деце предшколског узраста, васпитачи су процењивали учесталост уочавања и приказивања симетрије (*Графикон 6*).



Графикон 6: Уочавање и приказивање симетрије у ликовним радовима деце

Резултати за тврдњу „Деца уочавају и приказују симетрију у својим радовима” показују да је ова појава умерено присутна у ликовним активностима деце предшколског узраста. 6 испитаних васпитача (31,6%) је навело одговор „често”, док су 4 испитана васпитача (21,1%) изабрала одговор „веома често”. Одговор „понекад” навело је 5 васпитача (26,3%), док су 3 испитаника (15,8%) навела „ретко”. Одговор „никада” навео је 1 испитаник (5,3%). Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи у одређеној мери уочавају препознавање и примену симетрије у ликовним радовима деце, али да ова математичка категорија није доминантно заступљена у односу на једноставније просторне и обликовне односе.

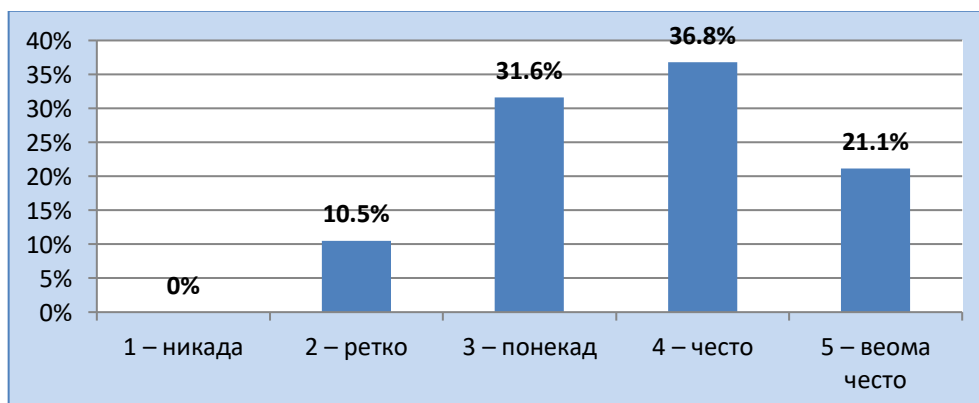
У циљу испитивања присутности понављајућих образаца (шара, низова) у ликовним радовима деце предшколског узраста, васпитачи су процењивали учесталост ове појаве (Графикон 7).



Графикон 7: Понављајући обрасци у ликовним радовима деце

Резултати за тврдњу „Деца праве понављајуће обрасце (шаре, низове)” показују да је ова појава умерено до високо присутна у ликовним активностима. 7 (36,8%) је навело одговор „често”, док су 6 испитаника (31,6%) изабрала одговор „веома често”. Одговор „понекад” навело је 4 васпитача (21,1%), док су 2 испитаника (10,5%) навела „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи често уочавају формирање понављајућих визуелних структура у ликовним радовима деце, што према њиховим проценама указује на присутност ритма и образаца као раних математичких појмова.

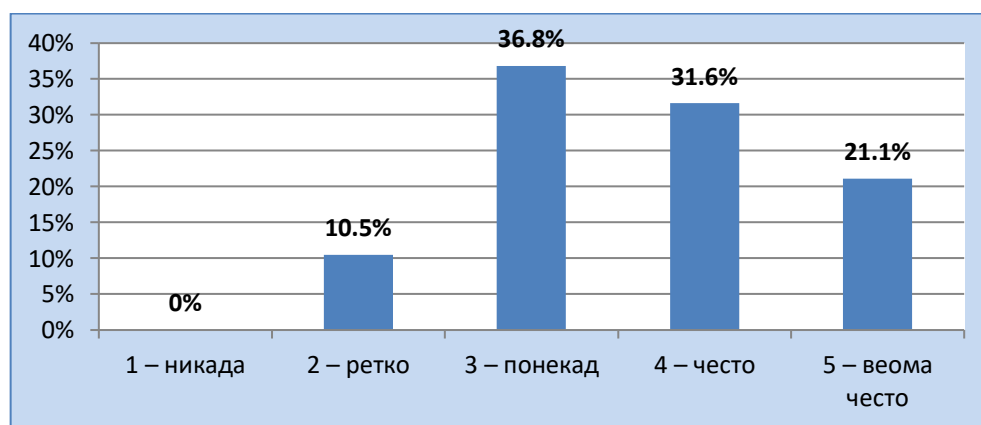
У циљу сагледавања присутности пропорција у ликовним радовима деце предшколског узраста, на *Графикону 8* приказани су резултати процене васпитача.



Графикон 8: Заступљеност пропорција у ликовном изражавању деце

Резултати за тврдњу „Деца воде рачуна о пропорцијама при цртању (нпр. однос делова тела)” показују да већина васпитача уочава ову појаву у умереној мери. 7 васпитача (36,8%) навело је одговор „често”, док су 4 испитаника (21,1%) изабрала „веома често”. Одговор „понекад” навело је 6 васпитача (31,6%), а 2 испитаника (10,5%) су навела „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују да испитани васпитачи у одређеној мери уочавају примену пропорционалних односа у ликовним радовима деце, при чему су одговори васпитача били различити по учесталости процењивања ове појаве.

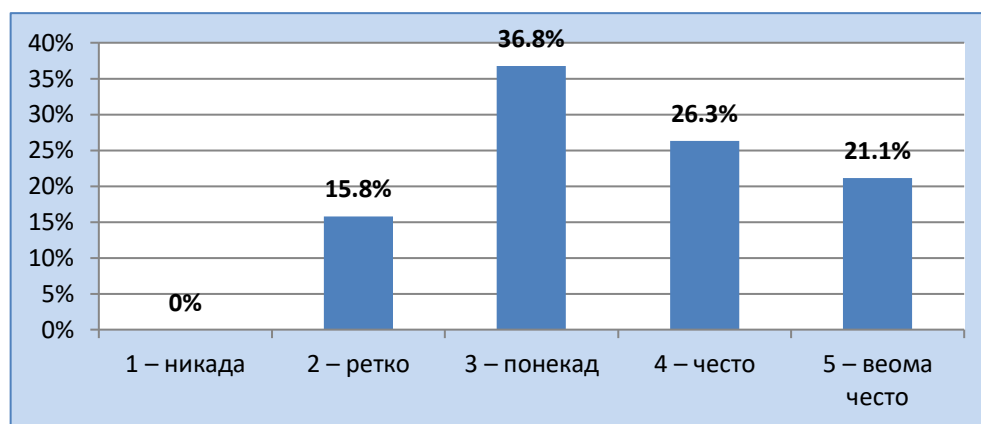
У циљу сагледавања процена васпитача о томе у којој мери деца предшколског узраста препознају обрасце у ликовним радовима својих вршњака, на *Графикону 9* приказани су резултати процене васпитача.



Графикон 9: Препознавање образаца у радовима друге деце

Резултати за тврдњу „Деца препознају обрасце у радовима друге деце” показују да је ова појава присутна у умереној мери. 6 васпитача (31,6%) навело је одговор „често”, док је 4 (21,1%) изабрало „веома често”. Одговор „понекад” навело је 7 васпитача (36,8%), а 2 испитаника (10,5%) навела су „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују да испитани васпитачи у одређеној мери уочавају препознавање образаца у радовима друге деце, при чему је највећи број одговора био у категорији „понекад“.

У циљу сагледавања процена васпитача о томе у којој мери деца предшколског узраста уочавају и примењују ритам као облик понављајућих образаца у ликовним активностима, на *Графикону 10* приказани су резултати процене васпитача.



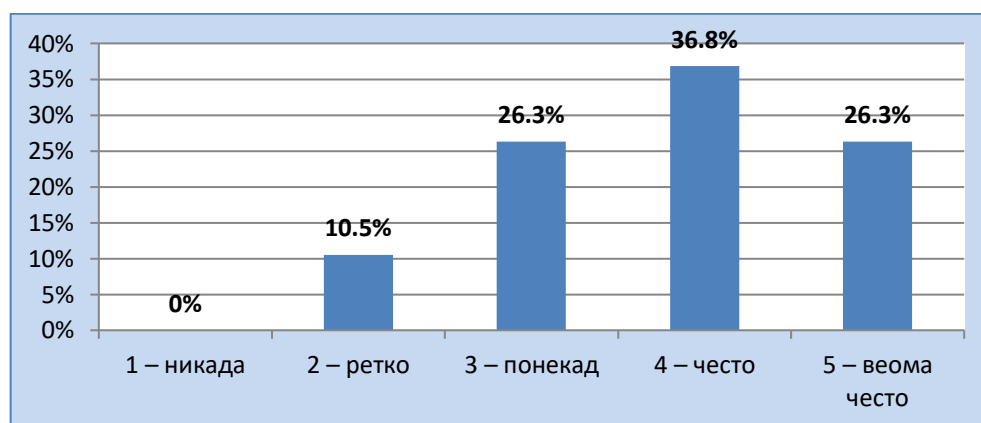
Графикон 10: *Ритам као облик понављајућих образаца*

Резултати за тврдњу „Деца уочавају и примењују ритам као облик понављајућих образаца” показују да је ова појава присутна у умереној мери. 5 васпитача (26,3%) навело је одговор „често”, док су 4 испитаника (21,1%) изабрала „веома често”. Одговор „понекад” навело је 7 васпитача (36,8%), а 3 испитаника (15,8%) навела су „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују да испитани васпитачи у одређеној мери уочавају препознавање и примену ритма у ликовним активностима деце, при чему је ова појава нешто мање заступљена у односу на друге испитиване облике образаца и симетрије.

10.3. Вербализација и примена математичких појмова у ликовним активностима

У оквиру овог дела испитивана је процењена учесталост вербализације и примене математичких појмова током ликовних активности деце предшколског узраста. Анализом су обухваћене ситуације у којима деца, према проценама васпитача, спонтано описују своје радове користећи математичке термине, као и ситуације у којима, према проценама васпитача, уочене математичке појмове примењују у ликовном изражавању.

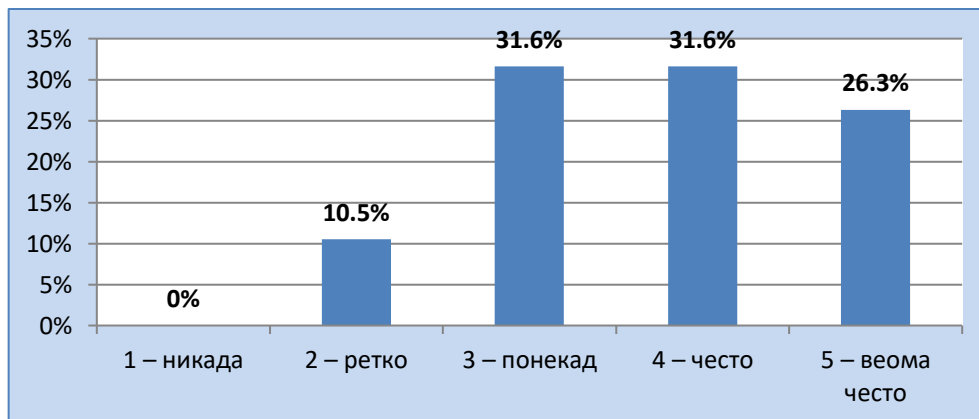
У циљу сагледавања учесталости вербализације математичких појмова током ликовних активности, васпитачи су процењивали колико често деца спонтано користе математичке појмове приликом описивања својих радова. На *Графикону 11* приказани су резултати добијени за посматрану тврдњу.



Графикон 11: Деца спонтано описују своје радове користећи математичке појмове

Резултати за тврдњу „Деца спонтано описују своје радове користећи математичке појмове” показују да већина васпитача уочава ову појаву у умереној до високој мери током ликовних активности. 7 испитаних васпитача (36,8%) је навело одговор „често”, док је 5 (26,3%) изабрало „веома често”. Одговор „понекад” навело је 5 испитаних васпитача (26,3%), док је 2 (10,5%) навело „ретко”. Одговор „никада” није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи у значајној мери уочавају спонтано коришћење математичких појмова приликом вербалног описивања ликовних радова деце, што према њиховим проценама указује на присутност математичке терминологије у контексту ликовних активности.

У циљу испитивања у којој мери деца уочавају математичке појмове у свакодневном окружењу и примењују их у оквиру ликовних активности, васпитачи су процењивали учесталост ове појаве на петостепеној Ликертовој скали. На *Графикону 12* приказани су резултати за посматрану тврдњу.



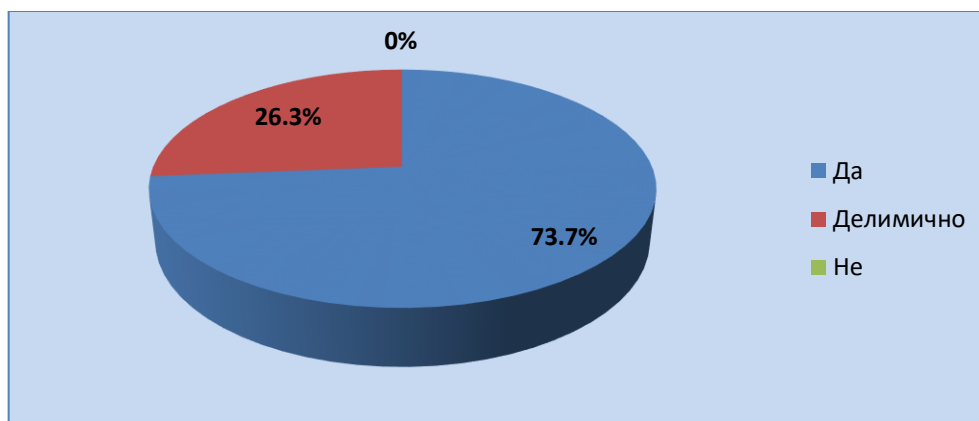
Графикон 12: *Деца уочавају математичке појмове у свакодневном окружењу и примењују их у ликовним активностима*

Резултати за тврдњу „Деца уочавају математичке појмове у свакодневном окружењу и примењују их у ликовним активностима“ показују да су процене васпитача различите у погледу учесталости ове појаве. 6 испитаних васпитача (31,6%) је навело одговор „често“, док је 5 (26,3%) изабрало „веома често“. Исти број испитаника, 6 (31,6%), определио се за одговор „понекад“, док је 2 (10,5%) навело „ретко“. Одговор „никада“ није забележен. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи у одређеној мери уочавају да деца препознају математичке појмове у свакодневном окружењу и примењују их у ликовним активностима, при чему су процене распоређене између категорија „често“, „веома често“ и „понекад“.

10.4. Ставови и пракса испитаних васпитача у повезивању математике и ликовног изражавања

У овом делу анализирани су ставови испитаних васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања, као и начини на које они препознају и уочавају математичке појмове у ликовним активностима. Такође, испитивано је које математичке појмове васпитачи најчешће идентификују у дечјим ликовним радовима и у којим врстама активности се они највише испољавају. Овај део истраживања има за циљ да сагледа перцепцију испитаних васпитача о повезивању ове две области у васпитно-образовној пракси.

У циљу испитивања ставова васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања у раду са децом предшколског узраста, на основу првог питања анкетног упитника анализирано је у којој мери испитани васпитачи препознају ову повезаност (Графикон 13).



Графикон 13: Ставови васпитача о повезаности математике и ликовног изражавања

Резултати добијени за питање „Да ли сматрате да су математика и ликовно изражавање повезани у раду са децом?“ показују да већина васпитача сматра да постоји повезаност између ове две области. Највећи број испитаника, 14 испитаних васпитача (73,7%), изабрало је одговор „Да“. Одговор „Делимично“ навело је 5 испитаника (26,3%), док одговор „Не“ није забележен (0%). Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи препознају повезаност математичких садржаја и ликовног изражавања, што представља значајну основу за њихово повезивање у васпитно-образовној пракси.

На основу одговора васпитача на отворено питање „На који начин најчешће уочавате математичке појмове у ликовним радовима деце?” извршена је квалитативна анализа и груписање сличних одговора у категорије (Табела 3).

Табела 3: Начини уочавања математичких појмова у ликовним радовима деце

Категорија одговора	Опис одговора	Број васпитача	Проценат (%)
Препознавање облика и линија	Уочавање геометријских облика, линија и фигура у радовима	7	36,8%
Просторна организација	Уочавање распореда елемената на папиру (горе–доле, лево–десно)	5	26,3%
Односи величина	Уочавање веће–мање, дуже–краће у цртежима	4	21,1%
Симетрија и обрасци	Препознавање симетрије и образаца у радовима	2	10,5%
Не препознају јасно	Ретко или не уочавају математичке појмове	1	5,3%

Резултати указују да васпитачи најчешће уочавају математичке појмове кроз препознавање основних геометријских облика и просторну организацију елемената у ликовним радовима деце. Нешто ређе се истичу односи величина и обрасци, док је мали број испитаника навео да математичке појмове не издваја јасно у ликовним радовима деце. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи препознају математичке појмове у ликовним активностима, али да се начини њиховог уочавања разликују међу испитаницима.

На основу одговора васпитача на отворено питање „Који математички појмови су, по Вашем мишљењу, највише заступљени?” извршена је квалитативна анализа и груписање одговора у тематске категорије (Табела 4).

Табела 4: *Најчешће заступљени математички појмови у ликовним радовима деце*

Категорија математичких појмова	Опис одговора	Број васпитача	Проценат (%)
Геометријски облици	Круг, квадрат, троугао, правоугаоник	8	42,1%
Просторни односи	Горе–доле, лево–десно, распоред елемената	5	26,3%
Односи величина	Веће–мање, дуже–краће	3	15,8%
Симетрија и обрасци	Симетрични облици, ритмички обрасци	2	10,5%
Нису сигурни / не издвајају	Не препознају јасно математичке појмове	1	5,3%

Резултати показују да испитани васпитачи најчешће као најзаступљеније математичке појмове у ликовним активностима препознају геометријске облике, затим просторне односе, док се односи величина и појаве симетрије и понављања јављају у мањој мери. Мали број испитаника није био у могућности да јасно издвоји математичке појмове.

На основу одговора васпитача на отворено питање „У којим врстама ликовних активности најчешће уочавате појаву математичких појмова?“ извршена је анализа и груписање одговора у категорије према врсти ликовне активности (Табела 5).

Табела 5: *Ликовне активности у којима се уочавају математички појмови*

Врста ликовне активности	Опис одговора	Број васпитача	Проценат (%)
Цртање	Најчешће препознавање облика, линија и просторних односа у цртежу	9	47,4%
Сликање	Уочавање облика,	4	21,1%

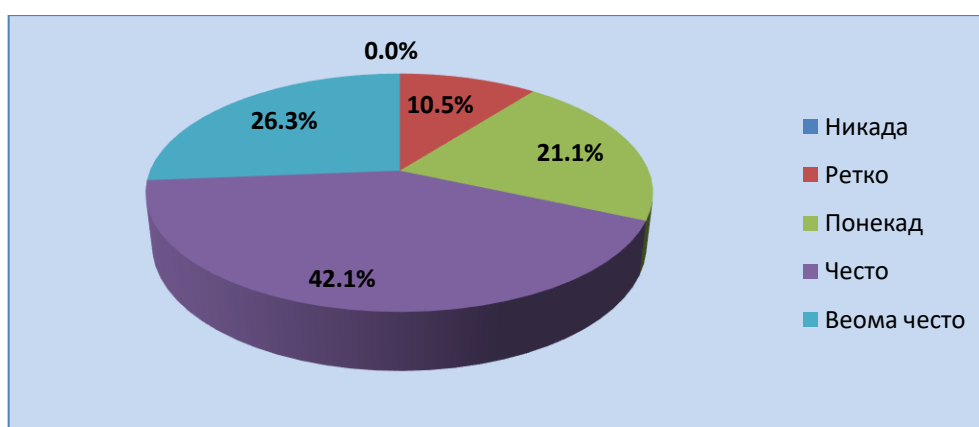
	боја и распореда елемената		
Колаж	Комбиновање облика и просторна организација елемената	3	15,8%
Моделовање	Просторни односи и обликовање у 3Д простору	2	10,5%
Нису сигурни / не издвајају	Не издвајају конкретне активности	1	5,3%

Резултати показују да васпитачи најчешће уочавају математичке појмове у активностима цртања, док се затим издвајају сликање и колаж. Добијени резултати указују на то да испитани васпитачи математичке појмове најчешће уочавају у активностима цртања, а затим у сликању, колажу и моделовању, при чему се у наведеним активностима препознају различити облици, просторни односи и односи величина.

10.5. Учесталост свесног подстицања примене математичких појмова током ликовних активности

У овом делу испитивана је учесталост свесног подстицања примене математичких појмова током ликовних активности, на основу процена испитаних васпитача. Анализирани су одговори који се односе на учесталост оваквог подстицања, као и на планирање активности које повезују математичке и ликовне садржаје.

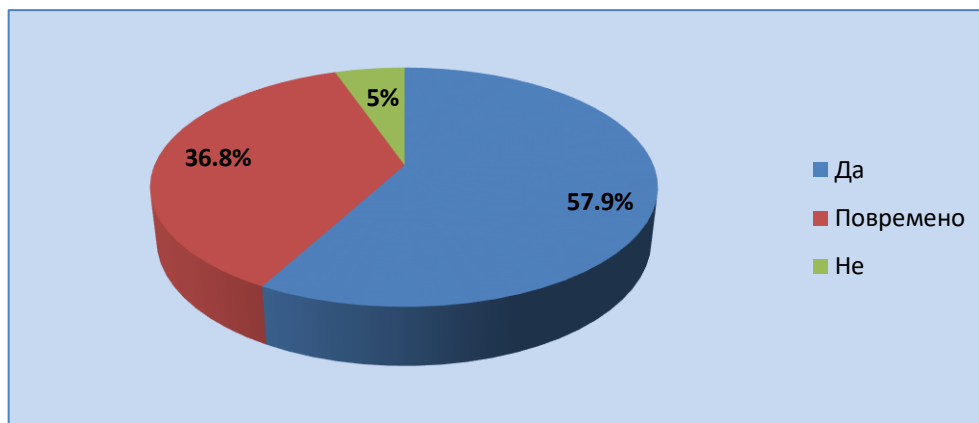
У циљу испитивања учесталости свесног подстицања примене математичких појмова током ликовних активности, на основу одговора испитаних васпитача анализирана је учесталост ове праксе (*Графикон 14*).



Графикон 14: *Учесталост свесног подстицања математичких појмова у ликовним активностима*

Добијени резултати показују да већина испитаних васпитача (68,4%) наводи да често или веома често свесно подстиче математичке појмове током ликовних активности, док 31,6% испитаника наводи да то чини понекад или ретко. Резултати указују на то да је код већине испитаних васпитача присутно свесно подстицање математичких појмова током ликовних активности, али да учесталост овакве праксе није уједначена међу испитаницима.

Резултати за питање „Да ли планирате активности које повезују математику и уметност?” приказани су на *Графикону 15*.



Графикон 15: *Планирање активности које повезују математику и уметност*

Добијени резултати указују на то да већина испитаних васпитача (57,9%) планира активности које повезују математику и уметност, док 36,8% испитаника такве активности планира повремено. Само 5,3% испитаника наводи да не планира овакве активности. Резултати показују да је повезивање математике и ликовног изражавања присутно у планирању активности код већине испитаних васпитача, али да учесталост планирања није у потпуности уједначена.

10.6. Мишљења васпитача о могућностима унапређивања праксе у правцу интеграције математичког и уметничког изражавања

Мишљења васпитача о могућностима унапређивања праксе у правцу интеграције математичког и уметничког изражавања анализирана су отворена мишљења васпитача о изазовима које препознају у повезивању математике и ликовног изражавања, као и њихови предлози за унапређење педагошке праксе у овом домену. Посебан акценат стављен је на могућности унапређивања планирања, организације и реализације активности које повезују ове две области у пракси испитаних васпитача.

На основу одговора васпитача на отворено питање „Шта Вам представља највећи изазов у повезивању математике и ликовног изражавања?” извршена је квалитативна анализа и груписање одговора у тематске категорије (Табела 6).

Табела 6: Најчешћи изазови васпитача у повезивању математике и ликовног изражавања

Категорија изазова	Опис одговора	Број васпитача	Проценат (%)
Недовољна стручна оспособљеност	Недостатак знања и сигурности у интеграцији садржаја	6	31,6%
Недостатак материјала и идеја	Ограничени ресурси и инспирација за активности	5	26,3%
Временско ограничење	Недостатак времена за планирање и реализацију	4	21,1%
Нејасна повезаност садржаја	Тешкоће у препознавању математичких појмова у ликовним активностима	3	15,8%
Без изражених тешкоћа	Не препознају значајне изазове	1	5,3%

Резултати показују да испитани васпитачи као највећи изазов најчешће наводе недовољну стручну оспособљеност за интеграцију математичких и ликовних садржаја, затим недостатак материјала и идеја за реализацију активности. Мањи број испитаника истиче временска ограничења и нејасноће у препознавању повезаности садржаја, док се

само један испитаник изјаснио да нема значајнијих потешкоћа у овој области. Добијени резултати указују на потребу за додатним стручним усавршавањем и подршком васпитачима у циљу унапређења интегрисаног приступа учењу.

На основу одговора васпитача на отворено питање „На који начин би се, по Вашем мишљењу, ова област могла унапредити у пракси?” извршена је квалитативна анализа и груписање одговора у тематске категорије (Табела 7).

Табела 7: Предлози васпитача за унапређење праксе у интеграцији математике и ликовног изражавања

Категорија предлога	Опис одговора	Број васпитача	Проценат (%)
Стручно усавршавање	Обуке, семинари и радионице за васпитаче	7	36,8%
Већа доступност материјала	Дидактички материјали и примери активности	5	26,3%
Боље планирање активности	Интегрисано и тематско планирање рада	4	21,1%
Сарадња и размена праксе	Размена искустава међу васпитачима	2	10,5%
Нема конкретних предлога	Не издвајају конкретне начине унапређења	1	5,3%

Резултати показују да испитани васпитачи најчешће сматрају да је унапређење ове области могуће кроз стручно усавршавање и додатне едукације, као и кроз већу доступност материјала и примера добре праксе. Мањи број испитаника истиче значај бољег планирања и међусобне сарадње, док је један испитаник навео да нема конкретних предлога за унапређење. Добијени резултати указују на потребу за додатном стручном и организационом подршком испитаним васпитачима у развијању праксе повезивања математике и ликовног изражавања.

11. Дискусија

Резултати спроведеног истраживања, које је обухватило 19 васпитача једне предшколске установе, према проценама испитаних васпитача, указују на присутност различитих математичких појмова током ликовних активности деце, као и на препознавање повезаности математике и ликовног изражавања. Истраживање је реализовано у складу са постављеним циљем, који се односио на испитивање присутности и начина испољавања математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста, као и на ставове и праксу васпитача у погледу њихове интеграције.

На основу дефинисаних задатака истраживања, резултати показују да се геометријски облици, просторни односи, односи величина, као и елементи симетрије и понављања, често јављају у ликовним радовима деце. Посебно се истиче да васпитачи најчешће препознају геометријске облике и просторну организацију, док су сложенији математички концепти попут симетрије и ритма мање изражени, али ипак присутни. Налази указују на то да ликовно изражавање представља природан контекст у којем се, према проценама испитаних васпитача, уочавају почетни математички појмови.

У односу на ставове васпитача, резултати показују да већина испитаника сматра да постоји јасна повезаност између математике и ликовног изражавања, што је у складу са савременим педагошким приступима који наглашавају интегрисано учење. Васпитачи наводе да математичке појмове најчешће уочавају кроз дечје коришћење облика, простора и односа величина, што указује на то да испитани васпитачи препознају различите математичке елементе у ликовним активностима.

Анализа учесталости свесног подстицања математичких појмова током ликовних активности показује да већина васпитача то чини често или веома често, док мањи део то ради повремено или ретко. Слично томе, већина васпитача наводи да планира активности које повезују математику и уметност, што указује на присуство интегрисаног приступа у пракси, али и на одређене варијације међу испитаницима.

Када су у питању изазови, васпитачи најчешће истичу недовољну стручну оспособљеност, недостатак материјала и времена, као и тешкоће у јасном препознавању и планирању интегрисаних активности. Ови резултати су у складу са претходним

истраживањима у области предшколског образовања, која указују да је имплементација интегрисаног приступа често условљена подршком система и континуираним стручним усавршавањем.

Предлози васпитача за унапређење праксе углавном се односе на додатне едукације, доступност дидактичких материјала и боље планирање активности, што указује на потребу за системским унапређењем услова рада у предшколским установама. Такође, наглашава се значај размене добре праксе и јачања професионалне сарадње међу васпитачима.

У односу на теоријски оквир истраживања, добијени резултати су у сагласности са конструктивистичким приступом (Пијаже, Виготски), који наглашава да дете знање развија кроз активну интеракцију са окружењем и социјалну подршку. Такође, налази потврђују савремене ставове о интегрисаном учењу (OECD, 2017; Siraj-Blatchford, 2009), према којима повезивање различитих области доприноси развоју дубљег разумевања и функционалног знања.

Може се закључити да ликовне активности, према проценама испитаних васпитача, представљају подстицајан контекст за испољавање и уочавање почетних математичких појмова, али да њихово систематско повезивање са ликовним активностима у пракси није у потпуности уједначено, што оставља простор за даље унапређивање и професионални развој васпитача.

Осврт на хипотезе истраживања

На основу добијених резултата може се извршити осврт на постављене хипотезе истраживања.

Прва хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи процењују да деца током ликовних активности често користе геометријске облике и елементе просторних односа.“ Резултати показују да испитани васпитачи у значајној мери процењују присутност геометријских облика и просторних односа током ликовних активности. Највише аритметичке средине забележене су управо код коришћења основних геометријских облика ($M = 4,11$), распоређивања елемената у простору ($M = 4,00$) и односа величина ($M = 4,00$). Прва хипотеза је потврђена.

Друга хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи процењују да су током ликовних активности присутни понављајући обрасци, симетрија, пропорције и ритам.“ Резултати показују да испитани васпитачи уочавају све наведене елементе, при чему се понављајући обрасци уочавају чешће, док су симетрија, пропорције и ритам нешто мање заступљени у проценама. Друга хипотеза је потврђена.

Трећа хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи процењују да деца током ликовних активности спонтано описују своје радове користећи математичке појмове и да уочавају математичке појмове у свакодневном окружењу и примењују их у ликовним активностима.“ Добијени резултати показују да испитани васпитачи уочавају обе наведене појаве, при чему су аритметичке средине за вербализацију математичких појмова ($M = 3,79$) и уочавање и примену математичких појмова у окружењу ($M = 3,74$). Трећа хипотеза је потврђена.

Четврта хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи препознају повезаност математике и ликовног изражавања и да различите математичке појмове уочавају у ликовним радовима и различитим врстама ликовних активности.“ Резултати показују да 73,7% испитаних васпитача сматра да су математика и ликовно изражавање повезани, док 26,3% ову повезаност процењује као делимичну. Васпитачи најчешће уочавају геометријске облике и просторне односе, а математичке појмове најчешће препознају у активностима цртања, затим сликања, колажа и моделовања. Четврта хипотеза је потврђена.

Пета хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи имају позитиван став према повезаности математике и ликовног изражавања и да често или веома често свесно подстичу математичке појмове током ликовних активности.“ Резултати показују да већина испитаних васпитача препознаје повезаност математике и ликовног изражавања, док 68,4% наводи да често или веома често свесно подстиче математичке појмове током ликовних активности. Пета хипотеза је потврђена.

Шеста хипотеза гласила је: „Очекује се да васпитачи у посматраној установи планирају активности које повезују математику и ликовно изражавање, али да овакав приступ није у потпуности уједначен и систематизован.“ Добијени резултати показују да 57,9% испитаних васпитача планира активности које повезују математику и ликовно изражавање, док 36,8% такве активности планира повремено, а 5,3% их не планира.

Одговори на питања која се односе на изазове и могућности унапређивања праксе додатно показују да испитани васпитачи наводе различите тешкоће, пре свега недовољну стручну оспособљеност, недостатак материјала и идеја, као и временска ограничења. Истовремено, као могућности за унапређивање најчешће издвајају стручно усавршавање, већу доступност материјала и примера добре праксе и боље планирање активности. На основу наведених резултата може се закључити да већина испитаних васпитача планира активности које повезују математику и ликовно изражавање и да планирање није у потпуности уједињено. Шеста хипотеза може се сматрати потврђеном у делу који се односи на планирање и неуједињеност праксе, док степен систематизованости није непосредно мерен примењеним инструментом.

Општа хипотеза гласила је: „Очекује се да су математички појмови присутни у ликовном изражавању деце предшколског узраста и да васпитачи препознају и подстичу повезивање математике и ликовног изражавања у васпитно-образовној пракси, али да степен и начин њиховог повезивања нису у потпуности уједињени и систематизовани.“ Добијени резултати, према проценама испитаних васпитача, указују на присутност различитих математичких појмова током ликовних активности, као и на препознавање и подстицање њиховог повезивања са ликовним изражавањем. Истовремено, резултати показују извесне разлике у учесталости уочавања, подстицања и планирања оваквих активности, као и изазове које васпитачи препознају у овој области. Међутим, степен систематизованости овог повезивања није непосредно мерен посебним инструментом, већ се о њему може говорити на основу добијених процена. Општа хипотеза може се сматрати потврђеном у делу који се односи на присутност математичких појмова и препознавање и подстицање повезивања математике и ликовног изражавања, док се део који се односи на потпуну уједињеност и систематизованост може сматрати делимично потврђеним.

ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПЕДАГОШКЕ ИМПЛИКАЦИЈЕ

Теоријска разматрања и резултати спроведеног истраживања указују на значај повезивања математичког и ликовног искуства деце предшколског узраста. Полазећи од савремених схватања раног математичког учења, математика у предшколском узрасту не обухвата само усвајање бројева и бројања, већ и развијање способности уочавања односа, облика, просторних положаја, величина, образаца, симетрије и других математичких структура. Таква знања и искуства дете стиче у различитим ситуацијама, кроз игру, истраживање, манипулисање предметима и решавање проблема, а не искључиво у активностима које су непосредно означене као математичке (Clements & Sarama, 2009; van den Heuvel-Panhuizen & Elia, 2014).

Ликовно изражавање представља значајан простор за испољавање и развијање различитих елемената математичког мишљења. Цртање, сликање, колаж и моделовање подразумевају организовање елемената у простору, уочавање и комбиновање облика, успостављање односа величина, понављање одређених елемената и уочавање правилности. На тај начин ликовна активност може представљати природан контекст у којем се математички појмови појављују као део дететовог истраживања и стваралаштва, без потребе да се ликовни садржај издваја из целине активности.

Резултати спроведеног истраживања у значајној мери подржавају наведена теоријска полазишта. Према проценама испитаних васпитача, математички појмови су присутни у ликовним активностима деце, при чему се најчешће уочавају геометријски облици, просторни односи и односи величина. Највише просечне вредности добијене су у области геометријских облика и просторних односа, што указује на то да испитани васпитачи управо ове елементе најчешће препознају у децјем ликовном изражавању. Такође, резултати показују да су присутни и сложенији елементи, као што су понављајући обрасци, симетрија, пропорције и ритам, иако се они, према проценама испитаних васпитача, јављају нешто ређе.

Посебно је значајно што је 14 од 19 испитаних васпитача, односно 73,7%, навело да математика и ликовно изражавање јесу повезани, док је преосталих пет испитаних васпитача њихову повезаност проценило као делимичну. Ниједан испитани васпитач није навео да између ове две области не постоји повезаност. Овај налаз указује на

постојање релативно високог степена свести испитаних васпитача о могућностима интегрисања математичких и ликовних садржаја у њиховој васпитно-образовној пракси.

Резултати такође показују да испитани васпитачи математичке елементе у ликовним активностима најчешће препознају кроз облике и линије, просторну организацију и односе величина, док се симетрија и понављање јављају у мањој мери. Слично томе, као ликовна активност у којој се математички појмови најчешће уочавају издвојено је цртање, а затим сликање, колаж и моделовање. Ови резултати упућују на то да потенцијал за математичко учење није ограничен на посебно организоване математичке активности, већ може бити присутан у различитим облицима дечјег стваралаштва.

Добијени резултати могу се довести у везу са налазима истраживања Ахлског-Бјоркман и Бјорклунд (2016), које је показало да васпитачи различито разумеју улогу уметности у тематском раду и њену повезаност са другим областима учења. Ауторке указују да интеграција уметности и математике може допринети продубљивању учења у обе области, али да начин на који васпитач осмишљава и усмерава активност има значајну улогу. Слично томе, Бјорклунд и Ахлског-Бјоркман (2017) показују да различити приступи васпитача интегрисаном раду стварају различите могућности за математичко учење деце.

Ово је важно и за тумачење резултата овог истраживања. Само присуство математичких елемената у ликовним активностима не значи нужно да је дошло до свесног и подржаног математичког учења. Педагошка вредност таквих ситуација зависи и од тога да ли васпитач препознаје математичке односе које дете истражује, да ли му омогућава да их објасни и упоређи и да ли поставља питања која могу да прошире његово разумевање. Због тога интегрисано учење не треба схватити као механичко додавање математичких задатака ликовној активности, већ као препознавање и подржавање математичких идеја које већ могу бити присутне у дететовом искуству.

Важна педагошка импликација истраживања односи се на развијање професионалне осетљивости васпитача за препознавање математичких потенцијала различитих активности. Васпитач не мора сваку ликовну активност претворити у

математичку активност. Напротив, важно је очувати њену стваралачку, истраживачку и доживљајну природу, али истовремено препознати тренутке у којима дете пореди величине, комбинује облике, организује елементе у простору, уочава симетрију или ствара понављајуће обрасце. Такви тренуци могу бити основа за ненаметљиво продубљивање математичког искуства.

Практична примена овог приступа може се остварити кроз пажљив избор материјала, организацију простора и постављање подстицајних питања. Васпитач може, на пример, подстаћи дете да упореди величину или положај елемената, да објасни како је распоредило облике, да уочи шта се понавља или да размисли шта би се догодило када би се одређени елемент додао или уклонио. На тај начин математички појмови се не намећу споља, већ се повезују са дететовим непосредним искуством и сопственом активношћу.

Посебан значај има и стварање окружења у којем су деци доступни различити материјали и могућности за комбиновање, конструисање, цртање и моделовање. Разноврсни материјали могу подстаћи децу да истражују облике, величине, просторне односе и обрасце, док разговор о процесу стварања омогућава да се математичке идеје додатно именују и повезују. На тај начин математичко и ликовно учење постају део ширег процеса истраживања и стварања.

Добијени налази имају значај и у контексту концепције програма *Године узлета*. Холистички приступ учењу, повезивање различитих искустава и уважавање детета као активног учесника у процесу учења стварају повољан оквир за интегрисање математичких и ликовних искустава. Уместо издвајања математике у посебне, формализоване ситуације, математичке идеје могу се препознавати и подржавати у различитим контекстима у којима деца истражују, стварају, разговарају и сарађују.

Може се закључити да ликовно изражавање представља подстицајан контекст за испољавање различитих елемената математичког мишљења деце предшколског узраста. Резултати овог истраживања показују да испитани васпитачи уочавају присуство математичких појмова у ликовним активностима и препознају повезаност математике и ликовног изражавања. Истовремено, теоријска и истраживачка сазнања указују на потребу да се ова повезаност не задржи само на нивоу препознавања, већ да постане део промишљеног планирања и подржавања дечјег учења.

Педагошка вредност оваког приступа огледа се у томе што дете математику не доживљава као издвојен систем правила и задатака, већ као начин уочавања и разумевања односа који постоје у његовом окружењу. Ликовно стваралаштво, са друге стране, остаје простор слободног изражавања и истраживања, али се истовремено обогаћује могућношћу да дете кроз њега развија и математичке идеје.

Смернице за унапређивање праксе

На основу добијених резултата и уочених потреба испитаних васпитача, могу се издвојити смернице које могу допринети квалитетнијем повезивању математике и ликовног изражавања у васпитно-образовној пракси. Ове смернице не подразумевају претварање ликовних активности у формализоване математичке активности, већ препознавање и подржавање математичких идеја које се природно јављају током дечјег стваралаштва.

1. Препознавати математичке елементе у свакодневним ликовним активностима. Испитани васпитачи треба да обраћају пажњу на ситуације у којима деца користе и комбинују геометријске облике, организују елементе у простору, пореде величине, уочавају симетрију или стварају понављајуће обрасце. На тај начин математички садржаји могу бити препознати и онда када нису били непосредно планирани као циљ активности.

2. Подстицати децу на разговор о математичким односима који се појављују у њиховим радовима. Испитани васпитачи могу постављати отворена питања као што су: „Који је облик овде употребљен?“, „Шта је веће, а шта мање?“, „Где се овај облик налази?“, „Шта се понавља?“, „Како би могао да наставиш овај низ?“ или „Шта би се променило када бисмо овај облик померили?“ Оваква питања могу подстаћи дете да објасни своје поступке, уочи односе и математичке елементе које користи током стварања.

3. Обезбедити разноврсне материјале који омогућавају истраживање облика, величина и просторних односа. Поред уобичајених ликовних материјала, деци треба омогућити различите папире, картоне, геометријске облике, природне и рециклиране материјале, пластелин, глину и друге материјале који подстичу комбиновање, конструисање, моделовање и организовање елемената у простору. Избор материјала

може бити један од начина да се створе услови за спонтано истраживање математичких односа.

4. Повезивати различите ликовне активности са математичким искуствима. Посебно је значајно користити цртање, сликање, колаж и моделовање као различите контексте за истраживање математичких појмова. На пример, током цртања могу се уочавати облици, линије и просторни односи, у колажу се могу комбиновати и распоређивати облици, док моделовање може подстаћи истраживање величине, облика и просторних односа у тродимензионалном простору.

5. Укључивати математичке елементе у планирање, али без наметања математичког садржаја. Планирање може обухватити предвиђање могућих математичких аспеката ликовне активности, али уз очување децје иницијативе и слободе у стваралаштву. Циљ није да свако ликовно искуство има унапред задат математички исход, већ да васпитачи буду припремљени да препознају и подрже математичке идеје које се током активности појаве.

6. Развијати професионалне компетенције васпитача за повезивање математике и ликовног изражавања. Имајући у виду да су испитани васпитачи као један од најчешћих изазова навели недовољну стручну оспособљеност, значајно је обезбедити могућности за стручно усавршавање, размену искустава и упознавање са примерима добре праксе. Радионице, стручни скупови и заједничко планирање могу допринети већој сигурности испитаних васпитача у препознавању и подстицању математичких потенцијала ликовних активности.

7. Размењивати примере добре праксе и документацију о децјем учењу. Испитани васпитачи могу бележити ситуације у којима деца користе математичке појмове током ликовних активности, фотографисати процесе рада, чувати одабране примере децјих радова и бележити децје исказе. Размена такве документације у оквиру тима може допринети заједничком уочавању математичких потенцијала различитих активности и планирању нових искустава.

На тај начин, унапређивање праксе не подразумева повећавање броја посебно организованих математичких активности, већ квалитетније препознавање математичких идеја у различитим ситуацијама учења и њихово повезивање са децјим интересовањима, искуствима и стваралачким процесима. Овакво усмерење у складу је

са концепцијом програма Године узлета, која наглашава повезивање различитих искустава, активно учешће детета и учење кроз истраживање, игру и стваралаштво.

Потребно је указати и на ограничења овог истраживања. Истраживање је спроведено на пригодном узорку од 19 васпитача једне предшколске установе, а подаци су прикупљени на основу њихових процена и ставова. Због тога се добијени резултати не могу генерализовати на целокупну популацију васпитача и деце предшколског узраста. Будућа истраживања могла би обухватити већи и разноврснији узорак, непосредно посматрање ликовних активности, анализу децјих ликовних радова и праћење начина на који различити облици подршке васпитача утичу на развој математичког мишљења деце. На тај начин било би могуће додатно испитати како се потенцијал ликовног изражавања за математичко учење остварује у непосредној васпитно-образовној пракси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ahlskog-Björkman, E., & Björklund, C. (2016). Patterns of awareness – Preschool teachers' integration of art and mathematics. *International Journal of Education Through Art*, 12(2), 167–180. Доступно на: https://www.researchgate.net/publication/303376876_Patterns_of_awareness_-_preschool_teachers%27_integration_of_art_and_mathematics
2. Björklund, C., & Ahlskog-Björkman, E. (2017). Approaches to teaching in thematic work: Early childhood teachers' integration of mathematics and art. *International Journal of Early Years Education*, 25(2), 98–111. Доступно на: https://www.researchgate.net/publication/313370025_Approaches_to_teaching_in_thematic_work_early_childhood_teachers'_integration_of_mathematics_and_art
3. Björklund, C., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kullberg, A. (2020). Research on early childhood mathematics teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, 52, 607–619. Доступно на: https://www.researchgate.net/publication/342401044_Research_on_early_childhood_mathematics_teaching_and_learning
4. Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press. Доступно на: <https://home.fau.edu/musgrove/web/vygotsky1978.pdf>
5. Vygotsky, L. S. (1996). *Problemi opšte psihologije*. Beograd: Zavod za udžbenike i nastavna sredstva.
6. Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (2003). *Test of Early Mathematics Ability – Third Edition (TEMA-3)*. Austin: Pro-Ed. Доступно на: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/073724770503000409>
7. Ginsburg, H. P., Greenes, C. E., & Balfanz, R. (2003). *Big math for little kids: Pre-kindergarten*. Dale Seymour Publications. Доступно на: https://www.researchgate.net/publication/234672352_The_Big_Math_for_Little_Kids_Early_Childhood_Mathematics_Program

8. Greenes, C., Ginsburg, H. P., & Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 159–166. Доступно на: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0885200604000122?via%3Dihub>
9. Epstein, A. S., & Trimis, E. (2002). *Supporting young artists: The development of the visual arts in young children*. High/Scope Press.
10. Isbell, R. T., & Raines, S. C. (2013). *Creativity and the arts with young children* (3rd ed.). Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.
11. Каменов, Е. (2008). *Мудрост чула I део - Игре за развој опажања*. Нови Сад: Драгон.
12. Leung, S. K. Y., Li, J. W., Ng, O.-L., & Wu, J. (2026). Applying computational thinking to facilitate children's mathematics learning through animation making. *Early Childhood Education Journal*, 54, 4875–4891. Доступно на: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10643-026-02176-x>
13. López Rodríguez, M. (2015). Mathematics and art with toddlers. *Edma 0–6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(2), 67–72. Доступно на: <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2015.67-72>
14. Министарство просвете Републике Србије. (2019). *Основе програма предшколског васпитања и образовања – Године узлета*. Београд.
15. McClure, M., Tarr, P., Thompson, C. M., & Eckhoff, A. (2017). Defining quality in visual art education for young children: Building on the position statement of the Early Childhood Art Educators. *Arts Education Policy Review*, 118(3), 154–163. Доступно на: <https://doi.org/10.1080/10632913.2016.1245167>
16. NAEYC. (2020). *Developmentally appropriate practice in early childhood programs: Position statement*. National Association for the Education of Young Children. Доступно на: <https://www.naeyc.org/resources/position-statements/dap/contents>
17. NAEYC, & NCTM. (2010). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics. Доступно на:

- <https://www.naeyc.org/sites/default/files/globally-shared/downloads/PDFs/resources/position-statements/psmath.pdf>
18. OECD. (2017). *Starting Strong 2017: Key OECD Indicators on Early Childhood Education and Care*. Paris: OECD Publishing. Доступно на: https://www.oecd.org/content/dam/oecd/en/publications/reports/2017/06/starting-strong-v_g1g7a972/9789264276253-en.pdf
 19. Piaget, J. (1977). *The Development of Thought: Equilibration of Cognitive Structures*. New York: Viking Press.
 20. Прентовић, Р., Сотировић, В. (1998). *Методика развоја почетних математичких појмова*. Нови Сад: Дидакта.
 21. Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.
 22. Siraj-Blatchford, I. (2009). *Conceptualising Progression in the Pedagogy of Play and Sustained Shared Thinking in Early Childhood Education*. *International Journal of Early Years Education*, 17(2), 77–89. Доступно на: https://www.researchgate.net/publication/320194826_Conceptualising_progression_in_the_pedagogy_of_play_and_sustained_shared_thinking_in_early_childhood_education_A_Vygotskian_perspective
 23. Thuneberg, H., Salmi, H., & Fenyvesi, K. (2017). Hands-on math and art exhibition promoting science attitudes and educational plans. *Education Research International*, 2017, Article 9132791. Доступно на: <https://doi.org/10.1155/2017/9132791>
 24. Филиповић, С. (2011). Ставови васпитача о децјем ликовном стваралаштву. *Нова школа*, 6(8), 148–166. Доступно на: https://novaskola.pfb.ues.rs.ba/index.php/ns/sr_Cyrl/article/view/641
 25. Филиповић, С., & Војводић, М. (2017). Structural development of child's artistic expression. *Journal of Subject Didactics*, 1(2), 119–126. Доступно на: <https://zenodo.org/records/438177>
 26. Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. Routledge. Доступно на:

https://staibabussalamsula.ac.id/wp-content/uploads/2024/03/Learning_and_Teaching_Early_Math_The_Learning_Trajectories_Approach_Studies_in_Mathematical_Thinking-staibabussalamsula.ac.id.pdf

27. van den Heuvel-Panhuizen, M., & Elia, I. (2014). Early childhood mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 196–201). Springer.
28. Wilmot, D., & Schäfer, J. (2015). Visual arts and the teaching of the mathematical concepts of shape and space in Grade R classrooms. *South African Journal of Childhood Education*, 5(1), 62–84.
29. Wood, E. (2013). *Play, Learning and the Early Childhood Curriculum*. London: SAGE Publications. Доступно на: https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781446276457_A24016254/preview-9781446276457_A24016254.pdf

ПРИЛОГ

Инструменти истраживања

За потребе истраживања конструисани су инструменти који омогућавају прикупљање квантитативних и квалитативних података о присутности математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста. Инструменти су прилагођени васпитно-образовној пракси и засновани на концепту интегрисаног учења, са циљем испитивања учесталости и начина испољавања математичких појмова у оквиру ликовних активности.

1. Скала процене (за васпитаче)

Скала процене заступљености математичких појмова у ликовном изражавању деце предшколског узраста.

Молимо Вас да на основу свог свакодневног рада процените у којој мери деца током ликовних активности спонтано користе наведене математичке појмове.

Скала је конструисана као петостепена Ликертова скала.

Ред. бр.	Тврдње: 1 – <i>никада</i> ; 2 – <i>ретко</i> ; 3 – <i>понекад</i> ; 4 – <i>често</i> ; 5 – <i>веома често</i>	1	2	3	4	5
I ГЕОМЕТРИЈСКИ ОБЛИЦИ И ПРОСТОРНИ ОДНОСИ						
1.	Деца у својим ликовним радовима користе основне геометријске облике (круг, квадрат, троугао).					
2.	Деца комбинују различите облике како би представила објекте из окружења.					
3.	Деца распоређују елементе у простору (горе–доле, лево–десно).					
4.	Деца користе односе величина (веће–мање, дуже–краће).					
5.	Деца користе различите правце и оријентације у простору (хоризонтално, вертикално).					
II ОБРАСЦИ, СИМЕТРИЈА И ПРОПОРЦИЈЕ						
6.	Деца уочавају и приказују симетрију у својим радовима.					
7.	Деца праве понављајуће обрасце (шаре, низове).					
8.	Деца воде рачуна о пропорцијама при цртању (нпр. однос делова тела).					
9.	Деца препознају обрасце у радовима друге деце.					
10.	Деца уочавају и примењују ритам као облик понављајућих образаца.					
III ВЕРБАЛИЗАЦИЈА И ПРИМЕНА МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА						
11.	Деца спонтано описују своје радове користећи математичке појмове.					
12.	Деца уочавају математичке појмове у свакодневном окружењу и					

2. Анкетни упитник (за васпитаче)

Општи подаци о испитаницима:

Пол: М / Ж

Године радног стажа: _____

Стручна спрема: _____

1. Да ли сматрате да су математика и ликовно изражавање повезани у раду са децом?
 - а. Да
 - б. Делимично
 - в. Не
2. Колико често свесно подстичете математичке појмове током ликовних активности?
 - а. Никада
 - б. Ретко
 - в. Понекад
 - г. Често
 - д. Веома често
3. На који начин најчешће учавате математичке појмове у ликовним радовима деце? (отворено питање)

4. Који математички појмови су, по Вашем мишљењу, највише заступљени? (отворено питање)

5. Да ли планирате активности које повезују математику и уметност?
 - а. Да
 - б. Повремено
 - в. Не

6. Шта Вам представља највећи изазов у повезивању математике и ликовног изражавања? (отворено питање)

7. На који начин би се, по Вашем мишљењу, ова област могла унапредити у пракси? (отворено питање)

8. У којим врстама ликовних активности најчешће учавате појаву математичких појмова? (нпр. цртање, сликање, колаж, моделовање...) (отворено питање)
