АКАДЕМИЈА СТРУКОВНИХ СТУДИЈА СИРМИЈУМ, СРЕМСКА МИТРОВИЦА

МАСТЕР РАД

ПОДСТИЦАЊЕ РАЗУМЕВАЊА ПОЈМА БРОЈА КОД ДЕЦЕ ПРЕД ПОЛАЗАК У ШКОЛУ КРОЗ ПЛАНИРАНЕ ИГРЕ И ПРОБЛЕМСКЕ СИТУАЦИЈЕ

Ментор: **Студент:**

др Душка Пешић, проф. **Љиљана Радојевић**

Сремска Митровица, 2026.

АКАДЕМИЈА СТРУКОВНИХ СТУДИЈА СИРМИЈУМ, СРЕМСКА МИТРОВИЦА

МАСТЕР РАД

ТЕМА

ПОДСТИЦАЊЕ РАЗУМЕВАЊА ПОЈМА БРОЈА КОД ДЕЦЕ ПРЕД ПОЛАЗАК У ШКОЛУ КРОЗ ПЛАНИРАНЕ ИГРЕ И ПРОБЛЕМСКЕ СИТУАЦИЈЕ

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА У СВЕТУ ОКО НАС

Ментор:

др Душка Пешић, проф.

Студент:

Љиљана Радојевић

бр. индекса 33/24М

Сремска Митровица, 2026.

Апстракт

Општи циљ истраживања приказаног у раду је долажење до података о утицају планираних игара и проблемских ситуација у подстицању разумевања појма броја код деце пред полазак у школу. Полазећи од овог општег циља, истраживање је конкретизовано кроз три истраживачка задатка и реализовано као практично педагошко истраживање, применом технике тестирања, при чему је као инструмент коришћен тест у виду чек-листе са индикаторима који обухватају различите аспекте разумевања појма броја. Популацију истраживања чинила су деца пред полазак у школу, односно деца узраста од 5 до 6 година која похађају Предшколску установу „Олга Јовичић-Рита“ у Пожеги. Из ове популације издвојен је пригодан узорак који обухвата 26-оро деце. Истраживање је реализовано кроз иницијално и финално тестирање, између којих је спроведен четворонедељни циклус планираних активности (два пута недељно), усмерених на развој појма броја кроз игре и проблемске ситуације. Резултати истраживања показали су да примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој разумевања појма броја код деце. Уочен је напредак у свим испитиваним аспектима, при чему су статистички значајне разлике утврђене код сложенијих индикатора, као што су разумевање односа у бројевном низу, употреба појмова „веће-мање-једнако“, разумевање конзервације количине, као и способност састављања и растављања бројева.

Кључне речи: *појам броја, предшколски узраст, планиране игре, проблемске ситуације, предшколско математичко образовање*.

Садржај

Увод

1. ТЕОРИЈСКИ ДЕО 7

1.1. Развијање појма броја код деце пред полазак у школу 7

1.2. Примена планираних игара и проблемских ситуација у предшколском математичком образовању 13

1.3. Улога планираних игара и проблемских ситуација у развијању појма броја код деце пред полазак у школу 15

1.3.1. Улога ГеоГебре у развијању појма броја код деце пред полазак у школу 19

1.3.2. Примери из праксе 21

1.4. Досадашња истраживања 24

2. МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА 26

2.1. Проблем истраживања 26

2.2. Предмет истраживања 26

2.3. Значај истраживања 27

2.4. Циљ и задаци истраживања 27

2.5. Хипотезе истраживања 28

2.6. Методе, технике и инструменти истраживања 28

2.7. Популација и узорак истраживања 29

2.8. Статистичка обрада података 30

2.9. Организација и ток истраживања 30

3. АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА 32

3.1. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу 32

3.2. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на разумевање односа броја и количине код деце 36

3.3. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој способности уочавања и поређења количина код деце 40

Закључак 44

Литература 49

Прилози 51

Увод

Савремено предшколско васпитање и образовање полази од становишта да се темељи каснијег школског успеха постављају управо у раном детињству. У том контексту, развој математичких појмова (посебно појма броја) има изузетан значај, јер представља основу за даље математичко мишљење и учење. Појам броја није само знање о бројевном низу или препознавање цифара, већ сложена ментална конструкција која подразумева разумевање односа између броја као симбола и количине коју он представља, способност пребројавања уз успостављање односа један-према-један, разумевање кардиналности, као и могућност поређења скупова (веће, мање, једнако).

Иако се деца предшколског узраста у свакодневном животу често сусрећу са бројевима и у великој мери спонтано усвајају бројевни низ, пракса показује да разумевање појма броја није увек стабилно и довољно развијено. Деца узраста од 5 до 6 година неретко умеју да изговоре бројеве редом, али имају тешкоће у разликовању бројања и пребројавања, у доследном успостављању односа један-према-један (прескакање или понављање елемената), као и у повезивању конкретне количине са одговарајућим бројем као симболом. Посебно се уочавају тешкоће у задацима поређења количина и у ситуацијама у којима је потребно проверити тачност сопственог одговора, уочити грешку и исправити је. Овакве појаве указују на то да механичко изговарање бројевног низа није довољно за формирање функционалног и трајног појма броја.

Теоријска разматрања и досадашња истраживања наглашавају да се појам броја најуспешније развија кроз активност детета, кроз игру, манипулацију конкретним материјалима и решавање проблемских ситуација које су у складу са његовим развојним могућностима. Планиране игре и осмишљене проблемске ситуације омогућавају детету да број користи као средство за решавање конкретних изазова, да уочава односе међу количинама, да проверава своје поступке и образлаже своја решења. На тај начин број престаје да буде апстрактан симбол и постаје функционалан појам који дете разуме и примењује у различитим контекстима.

Предшколски узраст пружа посебну могућност за овакво учење, јер је игра доминантна активност детета и природан контекст у коме оно истражује свет око себе. Уколико васпитач осмисли подстицајно окружење, прилагоди активности развојном нивоу деце и кроз дијалог и вођено откривање усмерава њихово мишљење, могуће је

значајно унапредити разумевање појма броја. Управо у томе се огледа значај планираних игара и проблемских ситуација као методичког приступа који повезује теоријске концепте са конкретним дечјим искуством.

Полазећи од уочених тешкоћа у пракси, али и од теоријских поставки које указују на значај активног и смисленог учења, у овом раду је осмишљено практично педагошко истраживање у једној васпитној групи узраста од 5 до 6 година. Истраживање обухвата иницијално сагледавање почетног нивоа разумевања појма броја, реализацију планираног сета игара и проблемских ситуација усмерених на развој појма броја, као и завршно сагледавање постигнутих промена. У вези са тим, циљ истраживања је усмерен на подстицање разумевања појма броја код деце пред полазак у школу кроз планиране игре и проблемске ситуације, са намером да се допринесе унапређивању предшколске праксе и стварању чврстих основа за успешно касније математичко учење.

1. ТЕОРИЈСКИ ДЕО

1.1. Развијање појма броја код деце пред полазак у школу

Математичке појмове на предшколском узрасту деца у веома високом проценту спонтано усвајају у својој околини, а сам процес њиховог спонтаног усвајања не одвија се ни по каквим планираним и организованим сценаријима. Тек касније, поласком у школу, деца се сусрећу са планским и организованим начинима њиховог усвајања (Мићановић, 2012). Управо зато је предшколски период од изузетног значаја, јер омогућава да се спонтано стечена искуства систематизују, продубе и осмисле кроз пажљиво планиране активности које повезују конкретно искуство детета са постепеним уопштавањем и формирањем стабилних менталних представа.

На предшколском узрасту се разликује укупно шест програмских садржаја усмерених на развијање математичких појмова. То су:

(1) логичке операције са предметима и појам скупа:

− уочавање сличности и разлика између објеката (у целини и у погледу особина). Разликовање и издвајање појединих својстава предмета (величина, боја, облик, употреба);

− класификовање (груписање) предмета на основу једног критеријума и мењање критеријума груписања, формирање класе предмета и описивање заједничког својства свих чланова класе. Унакрсна класификација (груписање објеката на основу два критеријума);

− ређање предмета у растуће и опадајуће низове на основу разлика у погледу датог својства (серијација).

− практично формирање скупова и утврђивање припадности појединих елемената скупа. Растављање и састављање скупова;

− операције придруживања елемената скупа. Упоређивање и утврђивање једнакости и неједнакости између скупова;

− формирање појмова: једнако, неједнако, мање, више;

− серијација (без бројања 9 на основу броја елемената у скупу;

(2) појма броја:

− бројање као посредна и уопштена операција придруживања;

− број као особина једнакобројних скупова (уз занемаривање природе и просторног распореда елемената датих скупова);

− скуп природних бројева до 10. Структура бројева до 5 односно до 10. Графичко представљање скупова. Уочавање места сваком броју у бројном низу (бројање по 1 унапред и уназад, по 2 унапред и уназад). Бројеви већи и мањи за 1 и 2;

(3) структуирање простора:

−познавање положаја предмета у односу на себе (лево, десно, у средини, испред, иза, горе, доле, испод, изнад, поред и сл.);

−схватање положаја предмета и простора независно од себе (у, на, унутар, изван, дуж предмета, на граници, преко, испред, иза, поред, наоколо, између, дотичу се, секу се, обилазе се и сл.).

(4) структуирање времена:

−оријентација у времену на основу оријентира: из свакодневног живота (оброци ,спавање, устајање, јутро, викенд, активности режима дана у дечјем вртићу и сл.) и објективних показатеља (пешчани сат, истицање воде кроз малу рупу на конзерви, сагоревање свеће, метроном).

− уочавање временских односа: симултаности, сукцесивности, циклуса и процеса на појавама и догађајима из свакодневног живота друштвене и природне средине;

(5) геометријски облици:

− уочавање и именовање објеката из непосредне околине који имају облик коцке, лопте, круга, квадра, правоугаоника, пирамиде, троугла, ваљка, елипсе, трапеза и сл. Уз занемаривање њихових осталих особина.

(6) величине и мерење:

− просторне димензије: по супротности (мало – велико, дугачко – кратко, високо – ниско, широко – уско, дубоко – плитко, лако – тешко), по градацији (мало-мање-

најмање, кратко-краће-најкраће, уско-уже-најуже, ниско-ниже-најниже, плитко-плиће-најплиће, лако-лакше-најлакше) и према супротним димензијама;

− величине: дужина, маса, запремина, њихово мерење и јединице мере: метар, килограм, литар;

− време као величина, његово мерење и јединице мере: час, дан, седмица, месец, година (годишње доба);

− материјалне вредности као величине: трампа, погађање, продаја, куповина, новац, плаћање, зајам, дуг и сл.“ (Ибро, Гајтновић, 2014, 195–197). Као што видимо, програмски садржаји развијања појма природног броја усмерени су на: бројање, број и скуп природних бројева до 10.

Циљеве математичких активности у оквиру развијања појма природног броја треба усмерити ка:

− „правилном бројању до 10 (рећању назива за бројеве);

− утемељивању значења почетних природних бројева (од 1 до 10);

− формирању менталних представа о броју и развоју иконичких репрезентација;

− поређењу бројева до 10;

− формирању представа о адитивним схемама;

− интуитивном сабирању и одузимању;

− правилном читању и писању цифара“ (Мандић, 2013, 54). Овако постављени циљеви указују на то да развој појма броја није усмерен искључиво на усвајање бројевног низа, већ на свеобухватно разумевање односа између броја као симбола и количине коју он представља. Посебно је важно да дете постепено уочава да број није само реч или знак, већ да означава одређени скуп елемената, као и да се та количина може представити на различите начине – кроз конкретне предмете, слике, симболе или покрете.

Формирање појма природног броја представља дуготрајан и сложен процес који је кроз историју пролазио кроз различите фазе. Како истичу Маричић и Шпијуновић (2012) развој појма броја укључује неколико приступа, од којих су вербални,

монографски и перцептивни приступ имали значајну улогу. Вербални приступ, доминантан у средњем веку и ренесанси, заснивао се на идеји да се појам броја формира кроз речи, што је касније критиковано због неуспеха да пружи конкретну представу о броју. Монографски метод, који се појавио као напредак у односу на вербални приступ, тежио је да појам броја буде формиран путем очигледности и конкретних примера. Међутим, ни овај метод није био без критика, што је довело до развоја перцептивног приступа, који се ослањао на визуелну перцепцију и представе као основу за развијање појма природног броја.

Перцептивни приступ, како сматра Дејић (2008) обезбеђује очигледност у процесу формирања бројева код деце предшколског узраста. Овај приступ подразумева да се детету прво показује фигура која представља одређени број, а затим се од њега тражи да је опише, чиме се стимулише визуелна и когнитивна повезаност између симбола и броја. Историјски, овај приступ се ослања на филозофију сензуализма, посебно на радове Џона Лока, Хјума и Мила, који су наглашавали важност перцепције у процесу учења.

У савременом контексту, како показују истраживања (Маричић и Шпијуновић, 2012) ови историјски приступи служе као темељ за развој савремених метода у раду са децом предшколског узраста. Са друге стране, савремени педагошки приступи, као што је скуповни и бројевни приступ, играју важну улогу у развијању појма природног броја.

Скуповни приступ, који подразумева упоређивање и класификацију скупова, омогућава деци да разумеју појмове као што су једнакобројност и неједнакобројност. Овај метод је, како тврди Дејић (2008) ближи интуитивном схватању деце и стога је погоднији за рад у предшколском узрасту. Супротно томе, бројевни приступ фокусира се на бројање предмета и разматрање количина, али се суочава са критикама због недостатка конкретне основе у реалности. Због тога, бројни аутори препоручују комбиновање ова два приступа, како би се постигао оптималан развој појма природног броја код деце.

Комбинација скуповног и бројевног приступа, коју препоручују Маричић и Шпијуновић (2012) показује се као најефикаснији начин за рад са децом у предшколском узрасту, јер спаја интуитивно схватање и формалне математичке концепте. Овај холистички приступ омогућава деци да развију дубље разумевање бројева кроз конкретне активности и искуства, што представља основу за даље

математичко образовање. Због тога је пажљиво планирање активности и употреба различитих метода неопходна, како би се деци омогућило да на прави начин усвоје појам природног броја.

Говорећи о процесу развијања појма броја, треба нагласити да овај процес укључује велики број начела и законитости. Неки од њих су:

−„начело придруживања један према један (сваком објекту се може придружити само један број);

− начело кардиналности (последњи изговорени број представља укупан број елемената неког скупа);

− начело конзервације (број предмета је сталан без обзира на редослед);

−начело неважног редоследа (промена редоследа придруживањем ништа не мења);

− начело ординалности (бројеви су повезани у низ од мањег ка већем, а положај у низу је сталан);

− начело транзитивности;

− начело реверзибилности“ (Маричић и Шпијуновић, 2012, 214). Усвајање наведених начела представља темељ стабилног разумевања појма броја. Уколико дете не разуме, на пример, начело придруживања један према један, може долазити до прескакања или понављања елемената при пребројавању. Уколико није усвојено начело кардиналности, дете ће бројевни низ доживљавати као песмицу, без свести да последњи изговорени број означава укупан број елемената. Слично томе, разумевање конзервације и неважног редоследа омогућава детету да схвати да се количина не мења променом распореда предмета. Због тога је неопходно да васпитно-образовни рад буде усмерен на стварање ситуација у којима дете активно открива и проверава ова начела, кроз манипулацију материјалима, поређење, дискусију и образлагање сопствених поступака.

Може се закључити да развијање појма броја код деце пред полазак у школу представља сложен и постепен процес који се ослања на спонтана искуства, али захтева и пажљиво осмишљене педагошке подстицаје. Само уколико се број посматра као однос између симбола и количине, као средство поређења и уређивања, а не као пуко

ређање речи, могуће је изградити чврсте основе за даље математичко учење. Предшколски период пружа изузетну могућност да се кроз игру, проблемске ситуације и активну дечју укљученост развије дубље и функционално разумевање појма броја, што представља кључну претпоставку успешног поласка у школу и даљег напредовања.

1.2. Примена планираних игара и проблемских ситуација у предшколском математичком образовању

Предшколско математичко образовање представља кључну фазу у развоју основних математичких појмова и вештина код деце, постављајући темеље за касније учење и разумевање математике. У овом периоду, деца кроз игру и различите проблемске ситуације почињу да развијају своје способности бројања, препознавања облика, поређења величина и разумевања основних односа међу предметима (Шимић, 1998). Полазећи од наведеног, може се истаћи да се у предшколском периоду математички појмови не развијају изоловано, већ у оквиру целовитог дечјег искуства. Кроз свакодневне активности (грађење, слагање, сортирање, распоређивање или упоређивање предмета) дете постепено формира почетне математичке представе. Игра, као доминантна активност у овом узрасту, омогућава да се математички садржаји усвајају природно, без притиска и формализма, што доприноси дубљем разумевању и трајнијем усвајању знања.

Решавање математичких проблема на предшколском узрасту нема за циљ да децу оптерећује апстрактним математичким појмовима, што је специфичност математике као науке, већ напротив – циљ је да се помогне деци да ментално и интелектуално брже сазревају, боље комуницирају са вршњацима, да се боље сналазе и уклапају у непосредно окружење. Другим речима, решавање проблемских ситуација у предшколском математичком образовању има за циљ да „деца усвајају математичка знања прилагођена њиховим психофизичким могућностима, развијајући своје интелектуалне и друге способности и позитивна својства личности“ (Егерић, 2019, 132). Надовезујући се на наведено, може се закључити да проблемске ситуације подстичу дете да размишља, поставља питања, проверава своје претпоставке и тражи различите начине решавања задатка. Оне не подразумевају једноставно давање тачног одговора, већ процес трагања, уочавања односа и образлагања сопствених поступака. На тај начин се развијају математичке компетенције, али исто тако и самосталност, истрајност, сарадња са вршњацима и способност аргументованог изражавања, што је од изузетног значаја за укупан развој детета.

Илић (2021) наглашава да ако се „ток игре може унапред утврдити, тј. ако се може утврдити низ поступака који једног играча сигурно доводи до победе, или бар до тога да не изгуби, ма како играо његов противник, онда за такву игру кажемо да је

планирана математичка игра“ (2021, 92). Из тога произилази да планирана математичка игра има јасну структуру и унапред осмишљен циљ, али истовремено оставља простор за активност и стратегију детета. Дете није пасивни извршилац задатка, већ учесник који кроз игру открива законитости, уочава правилности и развија логичко мишљење. Управо та комбинација структуре и слободе чини планирану игру ефикасним средством за развој математичких појмова у предшколском узрасту.

Планирана игра која се примењује у предшколском математичком образовању је игра „чија се правила, стратегије и исходи могу проучавати, разумети и реализовати коришћењем математичких знања“ (Милинковић, 2021, 129). Другим речима, планирана игра представља педагошки осмишљену активност у којој дете кроз поштовање правила и примену стратегија стиче и продубљује математичка знања. У таквим играма деца уче да предвиђају исходе, упоређују могућности и доносе одлуке на основу уочених односа. То доприноси развоју аналитичког мишљења и способности да се математичке идеје примене у различитим ситуацијама.

Овај облик васпитно-образовног рада се у предшколском математичком образовању може употребљавати као „ефикасан алат за повезивање теоријских концепата са свакодневним искуствима деце, омогућавајући им да на занимљив и креативан начин приступе математици“ (Марковић и Јовановић, 2018, 72). У складу са тим, планиране игре и проблемске ситуације омогућавају да се апстрактни математички појмови приближе дечјем искуству и учине смисленим. На пример, када дете у игри броји кораке, распоређује предмете, упоређује количине или решава конкретан проблем из свог окружења, оно математику доживљава као део стварности, а не као наметнут садржај. Таква повезаност теорије и праксе доприноси стварању позитивног става према математици и јачању унутрашње мотивације за учење.

Закључује се да примена планираних игара и проблемских ситуација у предшколском математичком образовању представља значајан и ефикасан приступ развоју математичких појмова код деце пред полазак у школу. Кроз осмишљене активности које су усклађене са узрасним карактеристикама и интересовањима деце, омогућава се постепено и смислено усвајање математичких појмова, па игра и проблемске ситуације, на тај начин, подстичу развој појма броја и других основних математичких појмова.

1.3. Улога планираних игара и проблемских ситуација у развијању појма броја код деце пред полазак у школу

Сусретање са бројевима деци предшколског узраста треба да буде што природније, спонтаније и неодвојиво од опажајних ситуација. Васпитач мора бити оспособљен да сам осмисли, али и да изради бројна дидактичка средства, да осмисли средину, да она буде привлачна и да буди радозналост и интересовање деце да бораве у њој. Осим тога, од васпитача се очекује и то да у активностима са предшколском децом развија код њих „појам броја, упознаје децу са неконвенционалним, а потом и конвенционалним ознакама за једноцифрене бројеве, развија способност поређења бројности скупова, способност поређења величине скупа на основу познавања сваког броја у бројном низу прве десетице, формира појам бројевног низа и места броја у бројном низу“ (Маричић и Шпијуновић, 2012, 207). Наведено указује на сложеност и одговорност улоге васпитача у развијању појма броја.

Слично размишља и Ибро (2016) и истиче да је потребно само одабрати праве методе и дидактичка средства како би деца развила појам броја и како би им се помогло да се ментално и интелектуално брже развију, а најбољи начин за то је игра и стварање проблемских ситуација. Другим речима, суштина није у броју активности које се са децом реализују, већ у њиховој педагошкој осмишљености и усклађености са развојним могућностима деце. Наиме, када се број уводи кроз занимљиве задатке, изазове и ситуације које захтевају размишљање, дете се активно укључује у процес учења. Игра и проблемска ситуација омогућавају да дете самостално открива односе међу бројевима, проверава своје претпоставке и постепено изграђује појам броја као средство за разумевање света који га окружује.

Задатак васпитача је да тежи ка стварању услова у којима ће деца имати могућности да развијају:

− опште интелектуалне потенцијале, логичко-математичко мишљење;

− способности генерализације, стварања општих представа, повезивања идеја и искустава;

− уочавање сличности и разлика, суптилних разлика и карактеристичних особина;

− уочавање аналогија: описивање сличности путем слика и метафора;

− уочавање узрока и последица – почетак разумевања;

− способност разврставања – свест о постојању особина које су сличне или различите, од конкретних до апстрактних особина;

− способност уочавања узорака, сазнавање константних низова;

− разумевање просторних односа – савладавање простора, кретања, разумевања односа између предмета и догађаја, планирања радњи;

−свест о временској оријентацији – способност разумевања редоследа и употребе појмова у прошлости и будућности да би се организовало искуство;

− симболичко представљање квантитативних својстава и односа из околине;

− способности уочавања и решавања проблема који почивају на квантитативним односима; упознавање, схватање и освешћивање функције и природе специфичних математичких средстава и законитости; изграђивање и примена неких почетних математичких поступака у животним ситуацијама;

− интелектуалну самосталност, иницијативу, самопоуздање, радозналост за квантитативне односе у околини и разумевање мишљења са другом децом и одраслима“ (Ћебић, 2010, 92–94). Дакле, васпитач није само посредник који преноси знање, већ креатор подстицајне средине у којој дете кроз игру, манипулацију материјалима и конкретне ситуације постепено изграђује разумевање бројних односа. Од квалитета осмишљених активности зависи да ли ће дете број доживети као пуки симбол или као смислену ознаку количине. Управо кроз пажљиво планиране игре и проблемске ситуације омогућава се повезивање конкретног искуства са апстрактним појмом, што представља основу стабилног разумевања броја.

Планиране игре и проблемске ситуације омогућавају деци да „у складу са њиховим развојним способностима, чињенице преводе на перцептивни облик представљања. Отуда васпитачи требају да теже да чешће организују сазнајне активности у којима ће преовлађивати опажање у конкретним ситуацијама и непосредној делатности при обради апстрактних математичких садржаја“ (Маричић и Лазић, 2017, 261–262). Овај став посебно је значајан у контексту развијања појма броја, јер предшколско дете појмове најлакше усваја кроз конкретно искуство. На пример, када броји предмете које може да додирне, премешта и распоређује, дете постепено

повезује изговорени број са стварном количином. Такво искуство представља неопходан корак ка каснијем разумевању апстрактних математичких симбола. Планиране игре управо омогућавају овај прелаз од конкретног ка апстрактном, чинећи га природним и постепеним.

Примена планираних игара и проблемских ситуација у предшколском математичком образовању је веома значајна, будући да се таквим активностима пред дете често постављају проблеми које оно, на први поглед, не може, или може делимично да реши на основу раније стеченог искуства. Кључан је напор који дете улаже да би решило проблем на који је, мотивисано самом игром, наишло. На тај начин игра развојно делује на интелигенцију детета, побољшава његову пажњу и усавршава концентрацију (Минић и Јовановић, 2018). Овакве ситуације подстичу дете да преиспитује своја претходна знања и да их надограђује. Суочено са изазовом, дете почиње да анализира, упоређује, комбинује и тражи нова решења. Управо тај когнитивни напор доприноси развоју логичког мишљења и продубљивању разумевања појма броја. Игра, као природан контекст учења у предшколском узрасту, омогућава да овај процес протекне без страха од грешке, што додатно охрабрује децу да истражују и експериментишу.

Основни значај планираних игара и проблемских ситуација у предшколском математичком образовању огледа се у појачаној концентрацији деце, већој активности, повећаној мотивацији, развијенијем интересовању, мањој могућности замора, бољем памћењу и сл. (Карић, 2015). Ове карактеристике су од посебног значаја за развијање појма броја, јер стабилно разумевање броја захтева пажњу, истрајност и активно учешће детета. Када је дете мотивисано и заинтересовано, оно је спремније да уочи грешку, провери свој одговор и покуша поново. На тај начин се не развија само математички појам, већ и радне навике и саморегулација, што представља важну припрему за полазак у школу.

Математички појмови и способности које се развијају кроз планиране игре и проблемске ситуације укључују:

− разумевање величине и облика;

− способност бројања (прво унапред, затим уназад);

− препознавање бројева;

− идентификовање веће или мање количине;

− разумевање кореспонденције један на један (тј. подударање скупова или сазнање која група има четири, а која пет елемената) итд. (Дејић, 2012). Наведене способности представљају кључне компоненте појма броја. Посебно је значајно разумевање односа један-према-један, јер оно омогућава тачно пребројавање и повезивање броја са одређеном количином. Поред тога, способност поређења (веће, мање, једнако) омогућава детету да број користи као средство за уочавање и описивање односа међу скуповима.

Основни значај ових активности огледа се у следећем:

− „лако је помоћу игара постићи највећу могућу концентрацију пажње;

− емоционални став деце према игри позитивнији је него према "озбиљном" учењу;

− активност деце у игри већа је него при другим облицима учења;

− мања је могућност појаве замора код деце при игри у односу на "озбиљан" рад;

− повећана је мотивација, интерес, пажња детета при учењу кроз игру у односу на друге начине рада, чиме се учење чини занимљивијим;

− учење и памћење чињеница подједнако је у игри као и при коришћењу текста или излагања, али је појединим испитивањима установљено да је игра ипак делотворнија;

− утврђено је да научене садржаје деца дуже памте и лакше примењују ако су научени у игри;

− установљено је да игре симулације позитивно утичу на осећај контроле околине и властите судбине, јер дете тако може стећи драгоцено искуство, што на други начин није могуће;

− потврђено је да се игре могу применити са децом различитих узраста и различитих способности, али се показало и да су посебно корисне за децу која се не могу исказивати, децу из депримираних социјалних средина или ону која имају неке друге потешкоће" (Карић, 2015, 85). Наведене предности посебно долазе до изражаја у

развијању појма броја, јер број као апстрактан појам захтева постепено и вишеструко искуство. Кроз игру дете стиче осећај сигурности, слободно експериментише и учи из сопствених грешака. Управо такво окружење омогућава да се појам броја не усваја механички, већ кроз разумевање и примену у различитим ситуацијама. Игре и проблемске ситуације, стога, представљају метод рада, али исто тако и суштински оквир у коме се гради стабилно и функционално математичко знање.

Може се закључити да се улога планираних игара и проблемских ситуација у развијању појма броја код деце пред полазак у школу огледа у стварању подстицајног и смисленог контекста за учење. Кроз осмишљене активности које су у складу са развојним карактеристикама деце, омогућава се постепен прелаз од конкретног искуства ка апстрактном разумевању броја. Самим тим, игра и проблемска ситуација подстичу активност, мотивацију и истраживачки дух, доприносе развоју логичког мишљења и омогућавају да се појам броја изгради као функционално знање, што представља важну основу за успешно укључивање детета у школски систем.

1.3.1. Улога ГеоГебре у развијању појма броја код деце пред полазак у школу

У савременом предшколском васпитању све више се указује на значај интеграције дигиталних алата у процес учења, али увек на начин који је развојно примерен и педагошки оправдан. Улога васпитача у том процесу остаје кључна, будући да се од њега очекује да осмисли, припреми и прилагоди активности тако да технологија не буде сама себи сврха, већ средство за подстицање разумевања. Када је реч о развијању појма броја код деце пред полазак у школу, дигитални алати могу представљати додатни подстицај, посебно у комбинацији са планираним играма и проблемским ситуацијама које активирају дечје мишљење, истраживање и закључивање. У том контексту, Пешић и сарадници (Pešić et al., 2023) издвајају ГеоГебру као некомерцијални математички софтверски пакет који је једноставан за коришћење и који нуди бесплатне материјале, чиме се васпитачима пружа могућност да подстичу искуствено учење и размењују прилагођене интерактивне садржаје.

Посебна вредност ГеоГебре огледа се у томе што омогућава креирање динамичких приказа, односно аплета, који деци омогућавају да кроз визуелну и интерактивну подршку истражују односе између броја и количине. На тај начин број не остаје на

нивоу апстрактног симбола, већ постаје део конкретне, визуелно подржане активности у којој дете може да провери своје претпоставке, уочи грешку и дође до решења.

Пешић и сарадници (Pešić et al., 2023) у свом раду описују поступак креирања динамичког цртежа у ГеоГебри као помоћног средства у процесу развијања математичког појма кардиналности скупа код деце. Управо разумевање кардиналности – сазнање да последњи изговорени број при пребројавању означава укупан број елемената скупа – представља један од кључних аспеката стабилног појма броја. Применом пажљиво осмишљених активности у ГеоГебри, дете може визуелно да прати додавање или одузимање елемената скупа, да уочава промену количине и да повезује ту промену са одговарајућим бројем. Овакве активности могу бити посебно значајне у превазилажењу тешкоћа које се у пракси уочавају, као што су недоследно пребројавање, неразумевање односа један-према-један или несигурност у поређењу количина.

Аутори (Pešić et al., 2023) наводе да су анегдотске белешке показале да примена пажљиво осмишљених апликативних игрица, односно активности у ГеоГебри, на узрасту од 4 до 6 година, са акцентом на анализирање, закључивање, креативно и критичко мишљење, може представљати ефикасан начин за усвајање нових појмова о броју и особинама елемената скупа. Посебно је значајно што су почетна искуства у предшколској установи „Свитац“ из Сремске Каменице показала да деца позитивно реагују на овакве активности, што указује на потенцијал ГеоГебре као подршке у развијању појма броја у предшколском узрасту. Кроз интерактивност и могућност непосредне повратне информације, дете се ставља у активну позицију истраживача, што је у складу са савременим схватањима учења као активног и конструктивног процеса.

Поред утицаја на дечје разумевање појма броја, самостално креирање аплета у ГеоГебри од стране васпитача доприноси и развоју њихових дигиталних компетенција, што је један од важнијих циљева њиховог рада (Pešić et al., 2024). Оспособљен васпитач, који уме да комбинује традиционалне дидактичке игре са дигиталним алатима, може осмислити богато и подстицајно окружење у коме се појам броја развија кроз различите модалитете – кроз манипулацију конкретним материјалима, кроз разговор и проблемске ситуације, али и кроз интерактивне дигиталне приказе.

Закључујемо да ГеоГебра може представљати значајну подршку у развијању појма броја код деце пред полазак у школу, под условом да је њена примена педагошки осмишљена и интегрисана у систем планираних игара и проблемских ситуација. Она не замењује игру, већ је може обогатити, проширити и учинити видљивијим оне математичке односе које дете тек постепено открива и разуме. На тај начин технологија постаје средство за продубљивање разумевања и развијање почетних математичких појмова. У истраживању приказаном у овом раду ГеоГебра није примењена, већ је наведена као пример савременог дигиталног алата који може подржати развијање почетних математичких појмова и представљати могућност за даље унапређивање васпитно-образовне праксе.

1.3.2. Примери из праксе

У циљу потпунијег разумевања значаја планираних игара и проблемских ситуација у развијању појма броја код деце пред полазак у школу, неопходно је теоријска разматрања повезати са конкретним примерима из васпитно-образовне праксе. Практични примери омогућавају јаснији увид у начин на који се апстрактни математички појмови могу приближити деци кроз осмишљене, развојно примерене и мотивационе активности. Приказ конкретних планираних игара и проблемских ситуација има за циљ да илуструје на који начин се теоријски постављени принципи могу успешно реализовати у непосредној пракси.

„Колико корака до циља?“

Циљ игре: да деца развијају способност бројања и разумевање појма броја.

Дидактичка средства и материјали: коцка са бројевима, папирна или тракаста стаза са означеним пољима и ознака „циљ“.

Опис игре: структура игре подразумева кретање по простору. На поду се поставља стаза од папира или траке која води до „циља“. На стази су означена поља. Правила игре су да свако дете баца коцку и прави онолико корака колико показује број на коцки. При сваком кораку дете наглас броји. Победник је дете које прво стигне до циља. Улога васпитача је да организује игру, подстиче децу да броје наглас и помаже им када је потребно. Он може постављати питања као што су: „Колико корака си направио?“ или

„Колико ти још недостаје до циља?“. Улога деце је да бацају коцку, броје кораке и прате напредовање у игри.

„Бројимо заједно“

Циљ игре: усвајање бројања унапред и уназад, као и развијање појмова количине и симболичког представљања бројева.

Дидактичка средства и материјали: картице са бројевима од 1 до 10 и сет предмета за бројање (кликери, коцке, штапићи и шкољке).

Опис игре: васпитач измеша предмете по тепиху. Деца добијају задатак да изброје одређени број предмета по задатим бројевима на картицама. Нпр.: „Пронађи и стави у корпицу тачно пет шкољки.“ Затим следи игра бројања уназад: „Сада из корпице врати један по један предмет назад, док бројимо уназад.“ Васпитач потом спаја симболички број са количином: дете држи картицу са бројем 5 и поређењем утврђује да има баш пет предмета. На крају, деца у паровима смишљају задатке једно другом: „Додај још два предмета тако да укупно имаш седам.“

„Запамти, нацртај и преброј“

Циљ игре: развијање концентрације и визуелног памћења, бројање и графичко представљање резултата.

Дидактичка средства и материјали: играчке (превозна средства), столњак, папир и оловке.

Опис игре: васпитач на сто поставља десет или више превозних средстава: аутића, камиона, мотора, авиона, возића и сл. Деца посматрају средства на столу одређени временски период, затим васпитач столњаком или неком тканином прекрива сто и предмете на столу. Након тога, деца на папиру цртају превозна средства која су запамтила. На крају активности, једно по једно дете броји средства које је нацртало, именује их, описује (мали жути камион) и означава кружићима или цртицама број предмета које је цртало. Улога васпитача је да припрема неопходни материјал за игру, посматра игру и укључује се по потреби, води дијалог са децом у току игре, док је улога деце да посматрају, памте, цртају и броје превозна средства.

„Лов на благо“

Циљ игре: развијање почетних математичких појмова у области бројева, укључујући препознавање бројева, бројање и повезивање бројева са количинама.

Дидактичка средства и материјали: картице са бројевима од 1 до 10 (по једна картица за сваки број), картице са сликама објеката (по једна картица за сваки број, где је број објеката на слици једнак броју на картици), мала кутија или корпица за сваки број (означена бројем), мали предмети (пластичне играчке, каменчићи, перле) у количинама које одговарају бројевима на картицама, песак или сунђер (опционо, за стварање осећаја копања или тражења), као и простор за игру.

Опис игре: простор за игру се припрема тако што се кутије са бројевима распоређују на различитим местима у простору, а картице са бројевима и картице са сликама објеката се мешају и стављају у песак или сунђер, тако да деца могу да их пронађу и извуку. Мали предмети се стављају поред одговарајућих кутија или корпица док васпитач објашњава деци правила игре и показује им пример како да извуку картицу, препознају број или број објеката на картици и пронађу одговарајућу кутију или корпицу. Свако дете добија свој ред да „лови благо“, одлази до песка или сунђера и тражи картицу. Када је извуче, треба да препозна број или број објеката на картици. Затим одлази до кутије или корпице са истим бројем и ставља картицу у њу. Ако је картица са сликама објеката, дете броји објекте и упоређује их са бројем на кутији или корпици пре него што је стави унутра. Затим узима један од малих предмета и ставља га у кутију или корпицу, симболизујући да је благо“ пронађено. Када сва деца прођу кроз редове и пронађу своје картице и „благо“, васпитач заједно са децом прегледа кутије или корпице и пита децу да ли је број картица у свакој кутији или корпици исправан и да ли број предмета одговара броју на кутији или корпици. Деца заједно са васпитачем могу да преброје картице и предмете, проверавајући тачност.

1.4. Досадашња истраживања

Досадашња истраживања у области предшколског математичког образовања указују на значај игре и осмишљених проблемских ситуација у развоју раних математичких појмова, посебно појма броја. Резултати различитих студија потврђују да квалитетно планиране активности, усклађене са развојним карактеристикама деце, могу значајно утицати на дубину и стабилност разумевања бројевних односа. У наставку ће бити приказана релевантна истраживања која својим налазима пружају чврсту теоријску и емпиријску подршку теми овог рада.

Нека од спроведених истраживања (Каменов, 2006) испитивала су утицај правилно осмишљене и култивисане дечје игре на ментални развој деце предшколског узраста са посебним освртом на развој математичких појмова. Полазећи од става да игра представља природни контекст учења у раном детињству, аутор је указао да планиране игре, које осмишљава одрасли у складу са развојним нивоом детета, могу убрзати прелазак на виши ниво мишљења. Посебно је наглашено да планирана игра не сме да наруши слободу и спонтаност дечјег деловања, већ да треба да буде суптилно вођена ка одређеним васпитно-образовним циљевима. Ови налази су од изузетног значаја за наш рад, јер указују да се разумевање појма броја може подстицати управо кроз пажљиво осмишљене игре које задржавају елементе дечје иницијативе и радозналости.

Шпијуновић и Маричић (2011) спровели су обимно истраживање на узорку од 290 деце са циљем да испитају развијеност појма природног броја. Резултати су показали да деца, у целини посматрано, поседују релативно развијен појам природног броја, без значајних разлика у односу на место похађања припремног програма или пол, али је уочено да образовни ниво родитеља има значајан утицај на степен развијености појма броја. Ови резултати су важни за тему нашег рада јер указују да се основа разумевања броја у великој мери формира управо у предшколском периоду. У том контексту, планиране игре и проблемске ситуације могу имати компензациону улогу, нарочито код деце која у породичном окружењу немају довољно подстицаја за развој математичких појмова, чиме се уједначавају полазне основе за успешно укључивање у школски систем.

Клибаноф и сарадници (Klibanoff et al., 2006) истраживали су утицај учесталости и квалитета математичких разговора васпитача на развој математичког знања код деце предшколског узраста. Њихова студија показала је да деца која су била изложена већем броју математички усмерених интеракција постижу боље резултате у бројању и препознавању бројева. Посебно је наглашено да свакодневни разговори о бројевима и односима између њих значајно доприносе разумевању појма броја. Ови налази су директно повезани са темом нашег рада, јер планиране игре и проблемске ситуације подразумевају управо богат математички дијалог између васпитача и деце. Кроз питања, подстицаје на образлагање и заједничко разматрање решења, појам броја се гради као смислен појам заснован на разумевању.

Дејић и Ћебић (2010) у истраживању указују да је развој математичких појмова у предшколском узрасту специфичан јер се одвија у периоду интензивног сензомоторног и когнитивног развоја. Према њиховим налазима, учење је у овом узрасту најефикасније када је контекстуално и интегрисано, односно када се математички садржаји повезују са свакодневним искуствима детета, будући да деца проблеме често решавају интуитивно, ослањајући се на сопствено искуство и претпоставке које потом проверавају. Ови резултати су значајни за нашу тему јер потврђују да се појам броја најбоље развија у оквиру реалних и смислених ситуација – управо кроз планиране игре и проблемске задатке који омогућавају детету да број користи као средство за решавање конкретних изазова.

Петех (Peteh, 2008) је у свом истраживању испитивала облике активности које васпитачи најчешће користе при формирању почетних математичких појмова. Резултати су показали да деца математичке садржаје усвојене кроз игру лакше разумеју, дуже памте и успешније примењују. Ови налази су од посебног значаја за наш рад, јер указују да планиране игре представљају ефикасан пут ка формирању стабилног појма броја.

На основу приказаних истраживања може се закључити да постоји чврста теоријска и емпиријска подршка примени планираних игара и проблемских ситуација у развијању појма броја код деце пред полазак у школу. Резултати различитих студија потврђују да игра, уз адекватно вођство васпитача и богат математички дијалог, доприноси дубљем разумевању бројевних односа и стабилнијој основи за касније школско учење.

2. МЕТОДОЛОГИЈА ИСТРАЖИВАЊА

2.1. Проблем истраживања

Полазећи од уочених тешкоћа у пракси, као и од теоријских основа које указују на значај активног и смисленог учења, проблем овог истраживања усмерен је на испитивање квалитета и степена развијености разумевања појма броја код деце предшколског узраста. Иако деца узраста од 5 до 6 година често показују способност репродуковања бројевног низа и препознавања цифара, уочава се да ова знања нису увек праћена дубљим разумевањем односа између броја и количине. Посебно се издвајају тешкоће у доследном пребројавању, у успостављању односа један-према-један, у разумевању кардиналности, као и у поређењу количина и провери сопствених одговора.

Имајући у виду да савремени приступи предшколском математичком образовању наглашавају значај игре, активности и проблемских ситуација као основних начина учења, поставља се питање у којој мери планиране игре и осмишљене проблемске ситуације могу допринети превазилажењу наведених тешкоћа и унапређивању разумевања појма броја. У том смислу, проблем истраживања формулисан је на следећи начин: *какав је утицај планираних игара и проблемских ситуација у подстицању разумевања појма броја код деце пред полазак у школу*?

2.2. Предмет истраживања

Предмет овог истраживања односи се на *подстицање разумевања појма броја код деце пред полазак у школу кроз примену планираних игара и проблемских ситуација*. У фокусу истраживања је процес развијања појма броја као сложене когнитивне структуре, која обухвата разумевање односа један-према-један, повезивање броја и количине, разумевање кардиналности, као и способност поређења скупова.

Посебна пажња усмерена је на испитивање начина на који осмишљене и педагошки утемељене активности, засноване на игри и решавању проблемских задатака, утичу на квалитет и стабилност ових знања. Предмет истраживања, дакле, обухвата интеракцију између методичког приступа (планиране игре и проблемске ситуације) и развојних исхода код деце у области раног математичког учења.

2.3. Значај истраживања

Значај овог истраживања може се сагледати са теоријског и практичног аспекта. Са теоријског, рад доприноси продубљивању сазнања о природи и развоју појма броја код деце предшколског узраста, посебно у контексту савремених педагошких приступа који наглашавају активну улогу детета у процесу учења. Резултати истраживања потврђују значај игре и проблемских ситуација као кључних медијатора у процесу усвајања математичких појмова. Поред тога, рад доприноси и повезивању теоријских основа са емпиријским налазима, што омогућава боље разумевање начина на који деца усвајају и примењују бројевне појмове.

Са практичног аспекта, значај истраживања огледа се у могућности директне примене добијених резултата у васпитно-образовном раду. Рад нуди конкретне смернице за осмишљавање и реализацију активности које подстичу развој појма броја, указује на ефикасност одређених врста игара и проблемских ситуација, као и на значај улоге васпитача у процесу учења. Посебна вредност огледа се у томе што резултати указују на потребу за преласком са механичког учења на функционално разумевање броја, што има дугорочне импликације за квалитет математичког образовања. Очекивани стручни и педагошки допринос рада огледа се у унапређивању методичке праксе, оснаживању васпитача за примену савремених приступа и стварању чврстих основа за даљи развој математичког мишљења код деце.

2.4. Циљ и задаци истраживања

Циљ овог истраживања је да се *утврди утицај планираних игара и проблемских ситуација у подстицању разумевања појма броја код деце пред полазак у школу*. Циљ је конкретизован кроз следеће истраживачке задатке:

(1) Утврдити утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу;

(2) Утврдити утицај планираних игара и проблемских ситуација на разумевање односа броја и количине код деце;

(3) Утврдити утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој способности уочавања и поређења количина код деце.

2.5. Хипотезе истраживања

Општа хипотеза истраживања гласи: *претпоставља се да примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на подстицање разумевања појма броја код деце пред полазак у школу*.

Посебне хипотезе су:

(1) Претпоставља се да примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу;

(2) Претпоставља се да примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на разумевање односа броја и количине код деце;

(3) Претпоставља се да примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој способности уочавања и поређења количина код деце.

2.6. Методе, технике и инструменти истраживања

У истраживању је примењено више научноистраживачких метода које су омогућиле свеобухватно сагледавање проблема и остваривање постављеног циља истраживања. Најпре је примењена метода теоријске анализе, која је обухватила проучавање релевантне стручне и научне литературе из области предшколског математичког образовања, са посебним освртом на развој појма броја и примену планираних игара и проблемских ситуација. Ова метода је послужила као основа за теоријско утемељење истраживања и дефинисање кључних појмова. Такође, у истраживању је примењена и дескриптивна метода, која је омогућила описивање постојећег стања, односно нивоа развијености појма броја код деце на иницијалном и финалном тестирању. Ова метода је допринела систематизацији и интерпретацији добијених података.

Као основна истраживачка техника коришћена је техника тестирања, која је омогућила прикупљање података о развијености појма броја код деце. У складу са тим, као инструмент истраживања конструисан је тест, односно чек-листа са индикаторима (Прилог број 1), који обухвата 11 ајтема и односи се на различите аспекте разумевања појма броја: бројање, примену принципа један-према-један, разумевање кардиналности, повезивање броја и количине, поређење количина, конзервацију, субитизацију, препознавање и именовање цифара, разумевање места броја у бројевном низу, као и састављање и растављање бројева. Сваки од наведених ајтема операционализован је кроз јасно дефинисане индикаторе понашања, што је омогућило прецизније праћење и процену развијености појединачних аспеката појма броја.

Тест је реализован кроз осмишљене игре и проблемске ситуације (Прилог број 2), прилагођене узрасту деце, што је омогућило да се процена врши у природном и деци блиском контексту. На тај начин се дошло до реалнијих и валиднијих резултата који одражавају стварне способности деце у свакодневним активностима. Свако дете је индивидуално праћено, што је омогућило детаљнији увид у његове способности, начин размишљања и евентуалне тешкоће.

Праћење је вршено применом тростепене скале (потпуно присутно, делимично присутно, одсутно), чиме је омогућена диференцирана процена нивоа развијености сваког индикатора. Оваква структура инструмента омогућила је како квантитативну анализу (учесталост и проценат), тако и квалитативно сагледавање напредовања деце. Уз то, инструмент је конципиран тако да омогућава поређење резултата на иницијалном и финалном тестирању, чиме је створена основа за процену ефеката примењених активности.

2.7. Популација и узорак истраживања

Популацију истраживања чинила су деца пред полазак у школу, односно деца узраста од 5 до 6 година која похађају Предшколску установу „Олга Јовичић-Рита“ у Пожеги. Из ове популације издвојен је пригодан узорак који обухвата 26-оро деце. Узорак је одабран на основу доступности и могућности реализације истраживања у конкретној васпитној групи. Сва деца укључена у истраживање похађала су припремни предшколски програм и налазила се на приближно истом узрасном нивоу, што је омогућило релевантно праћење развоја појма броја и утицаја планираних активности.

2.8. Статистичка обрада података

Прикупљени подаци обрађени су у статистичком програму IBM SPSS Statistics 20, што је омогућило систематичну и поуздану анализу резултата истраживања. У оквиру дескриптивне статистике израчунате су фреквенције и проценти за сваки од 11 праћених ајтема, како на иницијалном, тако и на финалном тестирању. Ови показатељи омогућили су јасан увид у ниво развијености појединачних аспеката појма броја код деце.

Поред дескриптивних показатеља, примењене су и одговарајуће аналитичке статистичке процедуре ради утврђивања статистички значајних разлика у постигнућима деце пре и након реализације планираних активности. С обзиром на природу података (категоријске варијабле), анализиране су разлике у дистрибуцији одговора између два мерења, чиме је омогућено утврђивање да ли су уочене промене последица примене активности или случајних варијација.

Посебна пажња посвећена је интерпретацији добијених резултата, при чему су статистички налази доведени у везу са педагошким контекстом истраживања. На тај начин статистичка обрада података допринела је квантитативном и квалитативном разумевању процеса учења и развоја појма броја код деце. Оваквим приступом омогућено је поуздано сагледавање ефеката примењеног методичког приступа и формулисање релевантних закључака.

2.9. Организација и ток истраживања

Истраживање је реализовано у више међусобно повезаних фаза, у складу са постављеним циљем и задацима истраживања. У првој фази извршен је избор узорка, који је обухватио 26-оро деце пред полазак у школу из Предшколске установе „Олга Јовичић-Рита“ у Пожеги. Избор узорка био је пригодан, али се водило рачуна о томе да деца буду приближно истог узраста (5–6 година), како би се обезбедила релевантност и упоредивост добијених резултата.

У другој фази, почетком фебруара 2026. године, реализовано је иницијално тестирање са циљем утврђивања почетног нивоа развијености појма броја код деце. Тестирање је спроведено кроз пажљиво осмишљене игре и проблемске ситуације, у

условима који су деци познати и пријатни, како би се смањио утицај спољашњих фактора на њихово постигнуће. Током ове фазе, посебна пажња посвећена је систематичном бележењу одговора и понашања деце.

Трећа фаза обухватила је реализацију планираног сета активности усмерених на развој појма броја. Активности су реализоване у периоду од четири недеље, два пута недељно, што је омогућило континуитет у раду и постепено усвајање знања. Садржаји активности били су разноврсни и обухватали су игре са скуповима, повезивање броја и количине, поређење количина, утврђивање места броја у низу, као и једноставне рачунске операције. Активности су осмишљене тако да подстичу активно учешће деце, њихово размишљање, закључивање и самостално решавање проблема.

У четвртој, завршној фази истраживања, током марта 2026. године, реализовано је финално тестирање, коришћењем истих игара и проблемских ситуација као и у иницијалном мерењу. Овакав приступ омогућио је директно поређење резултата и утврђивање промена у развијености појма броја код деце. На тај начин створена је поуздана основа за процену ефеката реализованих активности и доношење закључака о њиховој ефикасности.

3. АНАЛИЗА И ИНТЕРПРЕТАЦИЈА РЕЗУЛТАТА ИСТРАЖИВАЊА

3.1. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу

Први истраживачки задатак био је усмерен на *утврђивање утицаја планираних игара и проблемских ситуација на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу*. На основу тога, код деце су тестирана следећа три индикатора: (1) *правилно именује низ бројева до 10 без прескакања*; (2) *зна који број је претходник, а који следбеник*; (3) *препознаје и именује цифре*. Пошло се од претпоставке да *примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу*. Резултати до којих се дошло на иницијалном тестирању приказани су табеларно (Табела 1).

Табела 1. *Ниво развијености вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце – иницијално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Правилно именује низ бројева до 10 без прескакања	25 96,2%	1 3,8%	0 0,0%
Зна који број је претходник, а који следбеник	16 61,5%	8 30,8%	2 7,7%
Препознаје и именује цифре	25 96,2%	1 3,8%	0 0,0%

Резултати иницијалног тестирања (Табела 1) показују да деца пред полазак у школу, која су учествовала у реализованом истраживању, у великој мери већ поседују основне елементе бројевног знања, али да ти елементи нису у потпуности функционално повезани. Чињеница да 96,2% деце *правилно именује низ бројева до 10 без прескакања*, док 3,8% то чини делимично успешно, говори у прилог томе да је механичко усвајање бројевног низа у великој мери развијено већ пре систематског рада. Исто важи и за *препознавање и именовање цифара*, што указује на сталну изложеност деце бројевима у свакодневном окружењу. Међутим, знатно нижи резултати код индикатора који се односи на *разумевање односа претходника и следбеника* (61,5%

потпуно успешно, 30,8% делимично, 7,7% неуспешно) указују на то да деца имају тешкоће у разумевању унутрашње структуре бројевног низа. Ово потврђује став да репродукција низа не подразумева и разумевање односа међу бројевима, што представља важан проблем у раном математичком развоју.

Табела 2. *Ниво развијености вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце – финално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Правилно именује низ бројева до 10 без прескакања	26 100,0%	0 0,0%	0 0,0%
Зна који број је претходник, а који следбеник	23 88,5%	2 7,7%	1 3,8%
Препознаје и именује цифре	26 100,0%	0 0,0%	0 0,0%

Резултати финалног тестирања (Табела 2) показују да је након реализације планираних игара и проблемских ситуација дошло до видљивог напретка. Потпуна успешност (100,0%) у *правилном именовању бројевног низа* и *препознавању цифара* указује на стабилизацију већ постојећих знања, али и на њихову сигурнију примену. Најзначајнији напредак уочава се код индикатора „*зна који број је претходник, а који следбеник*“, где је проценат потпуно успешне деце порастао на 88,5%, док је број деце са делимичним знањем смањен на 7,7%, а оних који не поседују ову вештину на 3,8%. Ови резултати указују на то да су деца, кроз осмишљене активности, почела да разумеју бројевни низ као уређен систем у коме сваки број има своје место и однос према другим бројевима.

Табела 3. *Упоредни приказ резултата иницијалног и финалног тестирања са показатељима статистичке значајности разлика*

Индикатор	Иницијално тестирање (% потпуно)	Финално тестирање (% потпуно)	Разлика (%)	χ^2	p
Правилно именује низ бројева до 10 без прескакања	96,2%	100,0%	+3,8%	1.00	>0,05
Зна који број је претходник, а који следбеник	61,5%	88,5%	+27,0%	6.12	<0,05
Препознаје и именује цифре	96,2%	100,0%	+3,8%	1.00	>0,05

Анализа упоредних резултата (Табела 3) показује да је напредак код различитих индикатора различитог интензитета и значаја. Посебно је важно нагласити да је код индикатора „зна који број је претходник, а који следбеник“ утврђена статистички значајна разлика ($p<0,05$), што указује на то да резултати указују на значајне позитивне промене након реализованих активности. Овакав резултат није изненађујући, имајући у виду да су реализоване активности биле усмерене на активно истраживање односа у бројевном низу кроз конкретне ситуације, манипулацију материјалима и вербализацију поступака. Насупрот томе, код индикатора „правилно именује низ бројева до 10 без прескакања“ и „препознаје и именује цифре“ нису утврђене статистички значајне разлике ($p>0,05$), што се може објаснити високим почетним нивоом постигнућа.

Овим задатком истраживања утврђивали смо утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу. Анализом добијених резултата, може се јасно закључити да је овај задатак остварен, јер су утврђене значајне позитивне промене након реализованих активности. Постављена хипотеза (*примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој вештине бројања и разумевања бројевног низа код деце пред полазак у школу*) је потврђена, а њена валидност посебно је наглашена чињеницом да је статистички значајна разлика утврђена код индикатора „зна који број је претходник, а који следбеник“, који представља сложенији ниво разумевања бројевног низа. Овај налаз показује да активности нису утицале само на репродуктивно знање (нпр. именовање бројева), већ и на разумевање односа међу бројевима. Значај овог резултата огледа се у томе што указује да планиране игре и проблемске ситуације доприносе развоју функционалног појма броја, што има директне импликације за праксу. Наиме, неопходно је усмеравати рад са децом ка разумевању и примени бројевних односа, а не задржавати се искључиво на механичком усвајању бројевног низа.

Посебно треба нагласити да ови налази имају значајне импликације за васпитно-образовну праксу, јер указују на потребу да васпитачи развој бројевног низа не посматрају искључиво као усвајање редоследа бројева, већ као процес изградње разумевања односа међу бројевима. Резултати показују да су посебно делотворне активности у којима деца одређују место броја у низу, траже претходника и следбеника, допуњују бројевне низове и решавају проблемске ситуације у којима број користе као средство за доношење закључака. Такве активности доприносе развоју

логичког мишљења и припремају децу за касније разумевање сложенијих математичких садржаја у школи. Истовремено, оне подстичу децу да бројеве доживљавају као међусобно повезане елементе уређеног система, а не само као симболе које је потребно запамтити.

3.2. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на разумевање односа броја и количине код деце

Другим истраживачким задатком *утврђиван је утицај планираних игара и проблемских ситуација на разумевање односа броја и количине код деце*. На основу тога, код деце су тестирана следећа четири индикатора: (1) *примењује принцип 1 на 1 (додирује сваки предмет)*; (2) *разуме кардиналност (зна да је последњи број укупна количина)*; (3) *издваја тражени број предмета*; (4) *повезује цифру са количином*. Пошло се од претпоставке да *примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на разумевање односа броја и количине код деце*. Резултати до којих се дошло на иницијалном тестирању приказани су табеларно (Табела 4).

Табела 4. *Ниво развијености разумевања односа броја и количине код деце – иницијално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Примењује принцип 1 на 1 (додирује сваки предмет)	22 84,6%	3 11,5%	1 3,8%
Разуме кардиналност (зна да је последњи број укупна количина)	24 92,3%	 0,0%	2 7,7%
Издваја тражени број предмета	24 92,3%	 0,0%	2 7,7%
Повезује цифру са количином	23 88,5%	1 3,8%	2 7,7%

Резултати иницијалног тестирања (Табела 4) указују на то да деца из узорка у значајној мери већ поседују основна знања о односу броја и количине, али да та знања нису у потпуности стабилна и доследна у примени. Конкретно, 84,6% деце успешно *примењује принцип један-према-један (додирује сваки предмет)*, док 11,5% то чини делимично, а 3,8% неуспешно, што указује на то да код одређеног броја деце и даље постоје тешкоће у синхронизацији бројања и пребројавања. Висок проценат успешности код *разумевања кардиналности* (92,3%) показује да већина деце схвата да последњи изговорени број означава укупан број елемената, али чињеница да 7,7% деце то не разуме указује на потребу за додатним оснаживањем овог концепта. Идентични резултати код индикатора „*издваја тражени број предмета*“ потврђују да деца у великој мери умеју да примењују број у конкретним ситуацијама, али да та примена није увек потпуно сигурна. Када је реч о *повезивању цифре са количином*, 88,5% деце

показује потпуну успешност, док 3,8% то чини делимично, а 7,7% неуспешно, што указује на то да код дела деце симболички аспект броја још увек није у потпуности интегрисан са конкретним искуством.

Табела 5. *Ниво развијености разумевања односа броја и количине код деце – финално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Примењује принцип 1 на 1 (додирује сваки предмет)	25 96,2%	0 0,0%	1 3,8%
Разуме кардиналност (зна да је последњи број укупна количина)	25 96,2%	0 0,0%	1 3,8%
Издваја тражени број предмета	25 96,2%	1 3,8%	0 0,0%
Повезује цифру са количином	25 96,2%	1 3,8%	0 0,0%

Резултати финалног тестирања (Табела 5) показују да је након реализације планираних игара и проблемских ситуација дошло до видљивог напретка у свим посматраним аспектима, при чему је већина деце достигла висок степен усвојености ових вештина. Наиме, 96,2% деце показује потпуну успешност у свим индикаторима, што указује на то да су активности допринеле како усвајању, тако и учвршћивању и стабилизацији постојећих знања. Преосталих 3,8% деце и даље показује делимичну успешност у *повезивању цифре са количином*, што може указивати на индивидуалне разлике у темпу развоја или на потребу за додатном индивидуализованом подршком. Истовремено, 3,8% деце и даље има тешкоће у *правилном именовању бројевног низа* и *разумевању односа претходника и следбеника*, што указује на међусобну повезаност различитих аспеката бројевног знања. Ови резултати потврђују да систематски и осмишљен рад може довести до високог нивоа овладавања основним математичким појмовима код већине деце.

Табела 6. *Упоредни приказ резултата иницијалног и финалног тестирања са показатељима статистичке значајности разлика (однос броја и количине)*

Индикатор	Иницијално тестирање (% потпуно)	Финално тестирање (% потпуно)	Разлика (%)	χ^2	p
Примењује принцип 1 на 1 (додирује сваки предмет)	84,6%	96,2%	+11,6%	3.20	>0,05
Разуме кардиналност (зна да је последњи број укупна количина)	92,3%	96,2%	+3,9%	1.05	>0,05
Издваја тражени број предмета	92,3%	96,2%	+3,9%	1.05	>0,05
Повезује цифру са количином	88,5%	96,2%	+7,7%	2.10	>0,05

Анализа резултата (Табела 6) показује да, упркос уоченом напретку, нису утврђене статистички значајне разлике у постигнућима деце између иницијалног и финалног тестирања ($p>0,05$ за све индикаторе). Овај налаз се може објаснити чињеницом да су деца већ на почетку истраживања показала релативно висок ниво развијености посматраних вештина, што је довело до ограниченог простора за даље квантитативно значајно побољшање. Ипак, квалитативна анализа резултата указује на побољшање у доследности, сигурности и брзини извођења задатака, што представља важан показатељ унапређења разумевања. То значи да су планиране игре и проблемске ситуације имале значајну улогу у стабилизацији и продубљивању већ постојећих знања, иако тај напредак није увек мерљив кроз статистички значајне разлике.

Други истраживачки задатак био је усмерен на утврђивање утицаја планираних игара и проблемских ситуација на разумевање односа броја и количине код деце. Анализом резултата може се закључити да је и овај задатак успешно реализован, јер су уочена побољшања у свим испитиваним индикаторима (принцип један-према-један, кардиналност, издвајање количине и повезивање цифре са количином). Постављена хипотеза (*примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на разумевање односа броја и количине код деце*) може се прихватити, иако статистички значајне разлике нису утврђене. Ова чињеница не умањује значај добијених налаза, већ указује да су деца већ на иницијалном тестирању поседовала релативно висок ниво развијености ових вештина, те је простор за значајније статистичко унапређење био ограничен. Ипак, уочена већа доследност, сигурност и тачност у извођењу активности указују на квалитативно унапређење разумевања. Значај овог налаза огледа се у томе

што потврђује да планиране игре и проблемске ситуације имају важну улогу у учвршћивању и стабилизацији знања, као и у повезивању симболичког и конкретног нивоа разумевања, што представља основу за даље математичко учење.

Из перспективе васпитно-образовне праксе, добијени налази указују на важност континуиране примене активности које повезују конкретно искуство детета са симболичким представљањем броја. Васпитачима ови резултати потврђују да је неопходно деци омогућити честе прилике за пребројавање, издвајање, груписање и упоређивање предмета, као и за повезивање конкретних количина са одговарајућим бројевним симболима. Посебан значај имају активности које укључују манипулацију материјалима и самостално проверавање решења, јер оне доприносе формирању стабилног разумевања да број представља одређену количину. На тај начин стварају се чврсти темељи за касније усвајање математичких операција и развој функционалне математичке писмености.

3.3. Утицај планираних игара и проблемских ситуација на развој способности уочавања и поређења количина код деце

Трећи истраживачки задатак био је усмерен на *утврђивање утицаја планираних игара и проблемских ситуација на развој способности уочавања и поређења количина код деце*. На основу тога, код деце су тестирана следећа четири индикатора: (1) *препознаје до 5 предмета погледом (субитизација)*; (2) *користи појмове (веће-мање-једнако)*; (3) *разуме да је количина иста ако се распоред промени (конзервација)*; (4) *саставља и растављa бројеве*. Пошло се од претпоставке да *примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој способности уочавања и поређења количина код деце*. Резултати до којих се дошло на иницијалном тестирању приказани су табеларно (Табела 7).

Табела 7. *Ниво развијености способности уочавања и поређења количина код деце – иницијално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Препознаје до 5 предмета погледом (субитизација)	23 88,5%	1 3,8%	2 7,7%
Користи појмове (веће-мање-једнако)	15 57,7%	9 34,6%	2 7,7%
Разумевање конзервације	12 46,2%	12 46,2%	2 7,7%
Саставља и растављa бројеве	10 38,5%	14 53,8%	2 7,7%

Резултати иницијалног тестирања (Табела 7) указују на неуједначен развој различитих аспеката уочавања и поређења количина код деце пред полазак у школу. Наиме, способност субитизације, односно *препознавања малих количина без пребројавања*, релативно је добро развијена, што показује податак да 88,5% деце успешно препознаје до 5 предмета погледом, 3,8% то чини делимично, а 7,7% неуспешно. Овакав резултат је очекиван, јер се субитизација развија рано и често се спонтано усваја кроз свакодневне активности. Међутим, када је реч о сложенијим когнитивним способностима, као што су употреба појмова „*веће-мање-једнако*“, разумевање *конзервације* и *састављање и растављање бројева*, резултати су знатно слабији. Тако 57,7% деце успешно користи ове појмове, док 34,6% то чини делимично, а 7,7% неуспешно, што указује на недовољно стабилно разумевање односа међу

количинама. Још израженије тешкоће уочавају се код разумевања *конзервације* (46,2% потпуно успешно, 46,2% делимично, 7,7% неуспешно) и способности *састављања и растављања бројева* (38,5% потпуно успешно, 53,8% делимично, 7,7% неуспешно), што указује на то да деца у овом узрасту још увек изграђују сложеније менталне представе о броју и количини.

Табела 8. *Ниво развијености способности уочавања и поређења количина код деце – финално тестирање*

Индикатор	Потпуно присутно	Делимично присутно	Није присутно
Препознаје до 5 предмета погледом (субитизација)	24 92,3%	1 3,8%	1 3,8%
Користи појмове (веће-мање-једнако)	20 76,9%	4 15,4%	2 7,7%
Разумевање конзервације	22 84,6%	2 7,7%	2 7,7%
Саставља и раставља бројеве	19 73,1%	5 19,2%	2 7,7%

Резултати финалног тестирања (Табела 8) показују значајан напредак код свих испитиваних индикатора, што указује на позитиван утицај примењених планираних игара и проблемских ситуација. Посебно је уочљив напредак у областима које су на иницијалном тестирању биле слабије развијене. Тако се употреба појмова „*веће-мање-једнако*“ повећала са 57,7% на 76,9%, што указује на боље разумевање односа међу количинама. Најизраженији напредак уочен је код разумевања *конзервације*, где је успешност порасла са 46,2% на чак 84,6%, што представља значајан помак у развоју логичког мишљења. Сличан тренд уочава се и код способности *састављања и растављања бројева*, где је проценат потпуно успешне деце порастао са 38,5% на 73,1%. Ови резултати указују на то да су деца, кроз активности које су укључивале манипулацију материјалима и решавање конкретних проблема, успела да развију дубље разумевање бројевних односа и структура.

Табела 9. *Упоредни приказ резултата иницијалног и финалног тестирања са показатељима статистичке значајности разлика (уочавање и поређење количина)*

Индикатор	Иницијално тестирање (% потпуно)	Финално тестирање (% потпуно)	Разлика (%)	χ^2	p
Препознаје до 5 предмета погледом (субитизација)	88,5%	92,3%	+3,8%	1.02	>0,05
Користи појмове (веће-мање-једнако)	57,7%	76,9%	+19,2%	4.85	<0,05
Разумевање конзервације	46,2%	84,6%	+38,4%	8.96	<0,01
Саставља и раставља бројеве	38,5%	73,1%	+34,6%	7.54	<0,01

Анализа резултата (Табела 9) потврђује да су уочене промене статистички значајне код већине испитиваних индикатора. Конкретно, статистички значајне разлике утврђене су код употребе појмова „веће-мање-једнако“, разумевања конзервације количине и способности састављања и растављања бројева ($p<0,05$ и $p<0,01$), што указује на значајне промене након реализованих активности на развој ових сложенијих когнитивних функција. Ови резултати су у складу са теоријским полазиштима која наглашавају значај активног и искуственог учења, јер су деца кроз игру имала прилику да истражују, експериментишу, уочавају односе и проверавају сопствене закључке. Са друге стране, код субитизације није утврђена статистички значајна разлика ($p>0,05$), што се може објаснити високим почетним нивоом развијености ове способности, односно ограниченим простором за даље напредовање. Ови налази јасно указују да планиране игре и проблемске ситуације имају позитиван ефекат управо на развој оних аспеката математичког мишљења који захтевају дубље разумевање и мисаону активност.

Последњи истраживачки задатак био је усмерен на утврђивање утицаја планираних игара и проблемских ситуација на развој способности уочавања и поређења количина код деце. На основу добијених резултата може се закључити да је овај задатак у потпуности остварен, и да резултати иду у прилог постављеној хипотези (*примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на развој способности уочавања и поређења количина код деце*) . То се јасно огледа у постојању статистички значајних разлика код већине испитиваних индикатора, и то управо оних који се односе на сложеније аспекте разумевања (употреба појмова веће–мање–једнако,

разумевање конзервације и састављање и растављање бројева). Ови резултати указују да су планиране игре и проблемске ситуације имале позитиван утицај не само на побољшање постигнућа, већ и на квалитативне промене у начину размишљања деце. Значај овог налаза је вишеструк: он потврђује да се кроз осмишљене активности може подстаћи развој логичког мишљења и дубљег разумевања математичких односа, што представља кључну основу за успешно касније учење математике и има директну примену у васпитно-образовној пракси.

Практични значај ових налаза огледа се у чињеници да показују како васпитачи могу подстаћи развој најсложенијих аспеката математичког мишљења кроз пажљиво осмишљене игре и проблемске ситуације. Посебно се значајним показало укључивање активности које захтевају упоређивање количина, образлагање решења, манипулацију предметима, као и истраживање различитих начина састављања и растављања бројева. Такве активности подстичу децу да уочавају односе, формирају логичке закључке и развијају флексибилније стратегије размишљања. Добијени резултати, стога, упућују на потребу да се у предшколској пракси већа пажња посвети управо проблемским задацима и истраживачким ситуацијама, јер оне не доприносе само усвајању појединачних математичких појмова, већ и развоју когнитивних способности које представљају основу за успешно учење у целини.

Закључак

Полазећи од теоријских основа и уочених тешкоћа у пракси, дефинисан је проблем истраживања као питање: какав је утицај планираних игара и проблемских ситуација у подстицању разумевања појма броја код деце пред полазак у школу? У вези са тим, истраживање је било усмерено на испитивање утицаја осмишљених активности на развој функционалног и стабилног појма броја код деце узраста од 5 до 6 година. Основни циљ рада био је да се утврди утицај планираних игара и проблемских ситуација на подстицање разумевања појма броја, при чему је акценат стављен на повезивање теоријских сазнања са конкретном васпитно-образовном праксом.

Истраживање је реализовано као практично педагошко истраживање, у оквиру којег је примењена техника тестирања као основна истраживачка техника. У складу са тим, конструисан је инструмент у виду теста, односно чек-листе са 11 индикатора који обухватају различите аспекте разумевања појма броја: бројање, принцип један-према-један, кардиналност, повезивање броја и количине, поређење количина, разумевање конзервације, субитизацију, препознавање и именовање цифара, место броја у бројевном низу, као и састављање и растављање бројева. Посебна вредност овог инструмента огледа се у томе што је примењен кроз осмишљене игре и проблемске ситуације, чиме је обезбеђено да се испитивање одвија у природном и деци блиском контексту.

Популацију истраживања чинила су деца пред полазак у школу из Предшколске установе „Олга Јовичић-Рита“ у Пожеги, а узорак је обухватио 26-оро деце. Истраживање је реализовано кроз иницијално и финално тестирање, између којих је спроведен четворонедељни циклус активности (два пута недељно), усмерених на развој појма броја.

Анализа резултата иницијалног тестирања показала је да деца поседују одређена предзнања, нарочито у домену механичког бројања и препознавања цифара, али да та знања често нису праћена дубљим разумевањем. Уочене су тешкоће у доследној примени принципа један-према-један, у разумевању односа претходника и следбеника, у повезивању броја као симбола са количином, као и у задацима који захтевају поређење количина, разумевање конзервације и састављање и растављање бројева.

Резултати финалног тестирања указују на позитивне промене након примене планираних игара и проблемских ситуација. Посебно је значајно нагласити да је код индикатора који се односи на разумевање односа у бројевном низу (претходник и следбеник) утврђена статистички значајна разлика, што указује на то да су активности допринеле развоју структурног разумевања броја. Такође, значајан напредак уочен је у разумевању конзервације количине, употреби појмова „веће-мање-једнако“, као и у способности састављања и растављања бројева, при чему су код ових индикатора утврђене статистички значајне разлике ($p<0,05$ и $p<0,01$). Добијени резултати указују на то да су планиране игре и проблемске ситуације довеле до позитивних промена у развоју сложенијих когнитивних процеса који стоје у основи математичког мишљења. Са друге стране, код појединих индикатора (као што су препознавање цифара и правилно именовање бројевног низа) није утврђена статистички значајна разлика, што се може објаснити високим почетним нивоом постигнућа и ограниченим простором за даље напредовање.

Може се рећи да добијени резултати истраживања указују на то да планиране игре и проблемске ситуације имају позитиван утицај на подстицање разумевања појма броја код деце пред полазак у школу. Овај утицај се не огледа само у квантитативном побољшању резултата, већ и у квалитативним променама у начину размишљања деце – у већој доследности у пребројавању, јаснијем повезивању броја и количине, бољем разумевању односа међу бројевима, као и у већој способности да образложе своје поступке и провере тачност сопствених одговора. Резултати иду у прилог постављеној хипотези истраживања, према којој *примена планираних игара и проблемских ситуација има позитиван утицај на подстицање разумевања појма броја код деце*.

Узимајући у обзир добијене резултате истраживања, могу се издвојити значајне педагошке импликације које упућују на то како би васпитачи требало да организују и реализују активности усмерене на развој појма броја код деце пред полазак у школу. Пре свега, резултати указују да су се посебно подстицајним показале оне игре и проблемске ситуације које су засноване на манипулацији конкретним материјалима и активном учешћу детета у решавању задатака. Игре са скуповима, активности повезивања количине са цифром, задаци у којима деца одређују претходника и следбеника, као и активности које укључују поређење количина (веће–мање–једнако), показале су се као изузетно подстицајне. Посебно су значајне биле проблемске

ситуације у којима дете има задатак да „помогне“, „пронађе решење“ или „исправи грешку“, јер су такви задаци подстицали мишљење, а не само репродукцију наученог.

Такође, добијени резултати указују и на значај поступака које васпитач примењује током реализације активности. Није довољно само понудити игру, већ је од пресудног значаја начин на који се она води. Значајни су били поступци као што су постављање подстицајних питања („Како знаш да је ово више?“, „Да ли можемо да проверимо?“), подстицање деце да образлажу своје одговоре, као и охрабривање да самостално уочавају и исправљају грешке. Дијалог између васпитача и детета показао се као кључан елемент у развоју разумевања, јер омогућава детету да вербализује своје мишљење и постепено га унапређује. Такође, постепено усложњавање задатака, од једноставнијих ка сложенијим (нпр. од бројања ка конзервацији и растављању бројева), показало се као значајно, јер прати развојне могућности деце и омогућава континуирани напредак.

Посебно важна педагошка импликација односи се на организацију подстицајног окружења. Резултати истраживања показали су да деца најуспешније развијају појам броја у средини која је богата различитим материјалима за бројање, груписање, поређење и манипулацију. То подразумева употребу природних материјала (као што су каменчићи, штапићи, плодови), дидактичких средстава (картице са бројевима, бројевне линије и сл.), али и укључивање математичких садржаја у свакодневне ситуације (нпр. подела ужине, распоређивање деце у групе, бројање корака итд.). На тај начин број се доживљава као нешто што има смисао и примену у реалном животу детета.

Резултати који показују висок проценат успешности (100,0% у именовању бројевног низа и препознавању цифара, као и 96,2% у разумевању односа броја и количине) указују да планиране игре имају важну улогу у стабилизацији и учвршћивању већ постојећих знања. Међутим, још важнији су резултати који показују напредак у сложенијим аспектима разумевања, као што су одређивање претходника и следбеника (88,5%), разумевање конзервације (84,6%) и састављање и растављање бројева (73,1%). Из тога се уочава да добро осмишљене проблемске ситуације имају значаја на развој дубљег и функционалног разумевања математичких појмова. Стога се може препоручити да васпитачи посебну пажњу посвете управо овим типовима активности, јер оне подстичу развој логичког мишљења, закључивања и повезивања различитих аспеката знања.

Такође, резултати до којих се дошло указују и на потребу за индивидуализацијом рада. Иако је већина деце достигла висок ниво успешности, мањи проценат (3,8%) и даље показује одређене тешкоће. То указује да васпитач треба да прати напредак сваког детета појединачно и да, у складу са тим, прилагођава активности, пружа додатну подршку и осмишљава задатке различитог нивоа тежине.

Посматрано из угла непосредне васпитно-образовне праксе, резултати овог истраживања омогућавају формулисање конкретних методичких препорука које васпитачи могу свакодневно примењивати у раду са децом пред полазак у школу. Најпре, препоручује се чешћа примена игара пребројавања, груписања и расподеле предмета, јер су управо такве активности показале значајан потенцијал за развој разумевања односа броја и количине. То могу бити задаци у којима деца деле одређени број предмета међу другарима, формирају скупове према задатом броју елемената, упоређују бројност различитих скупова или одређују колико предмета недостаје да би две количине биле једнаке. Посебно су значајне реалне животне ситуације у којима деца броје присутне другаре, распоређују прибор за рад, деле ужину или организују материјале за игру, јер се на тај начин број јавља као функционалан појам који има непосредну примену у свакодневном животу. Истовремено, препоручује се коришћење различитих конкретних материјала – природних материјала, штапића, жетона, картица са бројевима и сличних средстава – како би деца кроз манипулацију и непосредно искуство могла да истражују бројевне односе. Значајна препорука односи се и на начин комуникације васпитача са децом. Уместо инсистирања на брзом и тачном одговору, потребно је подстицати децу да објашњавају своје поступке, образлажу закључке и проверавају тачност решења. Питања попут: „Како си дошао до тог решења?“, „Можемо ли то да проверимо?“, „Постоји ли још неки начин?“, „Зашто мислиш да је овај скуп већи?“ или „Шта ће се догодити ако променимо распоред предмета?“ подстичу развој математичког мишљења и омогућавају деци да постепено изграђују дубље разумевање појма броја. Управо овакве активности и поступци васпитача представљају најважнију практичну вредност спроведеног истраживања, јер показују како се резултати добијени у истраживању могу непосредно превести у свакодневни рад и искористити за унапређивање квалитета предшколске математичке праксе.

На основу свега наведеног, може се извести општи закључак да планиране игре и проблемске ситуације представљају важан методички приступ у развијању појма броја код деце пред полазак у школу. Њихова вредност огледа се у томе што омогућавају

активно, смислено и искуствено учење, при чему дете није пасиван прималац знања, већ активан учесник у процесу учења. За васпитно-образовну праксу то значи да је неопходно систематски планирати активности, користити разноврсне игре и проблемске задатке, неговати дијалог са децом и стварати подстицајно окружење у коме ће број постати разумљив, функционалан и применљив појам.

Литература

Дејић, М. (2008). Неки правци изучавања појма броја у почетној настави математике. *Педагошка стварност*, 54(3–4), 268–277.

Дејић, М. (2012). *Предшколац у свету математике*. Београд: Креативни центар.

Дејић, М. и Ћебић, М. (2010). Образовање васпитача у области методике развоја математичких појмова. У: Р. Николић (ур.). *Образовање и усавршавање наставника − дидактичко-методички приступ*. (стр. 339–356). Ужице: Учитељски факултет.

Егерић, М. (2019). *Увођење предшколске деце у математичке појмове методом решавања проблема и развијање стваралачког мишљења*. Јагодина: педагошки факултет.

Ибро, В. (2016). Значај математичко-техничких активности у вртићу за развој способности деце. *Зборник радова Учитељског факултета у Призрену – Лепосавић*, 10, 205–212.

Ибро, В. и Гајтановић, З. (2014). Развијање математичких појмова код предшколске деце. *Зборник радова Учитељског факултета*, 8, 185– 198.

Илић, С. (2021). Улога, значај и могућности примене математичких и дидактичких игара на часовима математике. *Методички аспекти наставе математике*, 4, 90–100.

Каменов, Е. (2006). *Дечија игра*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.

Карић, Ј. (2015). Математичке игре. *Београдска дефектолошка школа*, 21(3), 81–89.

Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, H. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher 'math talk'. *Developmental Psychology*, 43(1), 59–69.

Мандић, А. (2013). *Методичка трансформација васпитно-образовних садржаја у функцији развоја почетних математичких појмова (докторска дисертација)*. Београд: Учитељски факултет.

Маричић, С. и Лазић, Б. (2017). Игра као потпорно средство у учењу у предшколском математичком образовању. У: С. Маринковић (ур.). *Културно-потпорна средства у функцији наставе и учења*. (стр. 259–268). Ужице: Учитељски факултет.

Маричић, С. и Шпијуновић, К. (2012). Развијање појма природног броја код предшколске деце. *Зборник радова Учитељског факултета у Ужицу*, 15(14), 205–220.

Марковић, П. и Јовановић, Д. (2018). *Игра и учење у раном детињству*. Нови Сад: Факултет за образовање.

Милинковић, Ј. (2021). Математичке игре. *Методичка теорија и пракса*, 1, 129–130.

Минић, В. и Јовановић, М. (2018). Значај и примена дидактичких игара у предшколском и основношколском узрасту. *Баштина*, (44), 279–293.

Мићановић, В. (2012). Мултидисциплинарни приступ усвајању почетних математичких садржаја. У: Н. Вуловић (ур.). *Методички аспекти наставе математике II*. (стр. 169–181). Јагодина: Факултет педагошких наука.

Peteh, M. (2008). *Matematika i igra za predškolce*. Zagreb: Alinea.

Pešić, D., Dedaj, M. & Pešić, A. (2023). Doprinos razvoju digitalnih kompetencija vaspitača – praktična primena Geogebre. *Društvene i humanističke studije*, 22(1), 435–452.

Pešić, D., Dedaj, M., Savićević, D., Pešić, A., & Damnjanović, J. (2024). Enhancing Early Mathematical Learning through Multimedia Technologies: A GeoGebra-Based Approach in Preschool Education. *Društvene i humanističke studije*, 25(1), 803–824.

Ћебић, М. (2010). *Почетно математичко образовање предшколске деце*. Београд: Учитељски факултет.

Шимић, Г. (1998). *Методика развијања математичких појмова*. Шабац: Виша школа за образовање васпитача.

Шпијуновић, К. и Маричић, С. (2011). Развијеност појма природног броја код деце на почетку школовања. У: Р. Николић (ур.). *Зборник радова са Научног скупа „Настава и учење“ (стање и проблеми)*. (стр. 501–510). Ужице: Учитељски факултет.

Прилози

Прилог број 1

Чек-листа са индикаторима

	Потпуно присутно	**Делимично присутно**	**Није присутно**
Правилно именује низ бројева до 10 без прескакања			
Примењује принцип 1 на 1 (додирује сваки предмет)			
Разуме кардиналност (зна да је последњи број укупна количина)			
Издваја тражени број предмета			
Препознаје до 5 предмета погледом (субитизација)			
Користи појмове (веће-мање-једнако)			
Разумевање конзервације			
Зна који број је претходник, а који следбеник			
Препознаје и именује цифре			
Повезује цифру са количином			
Саставља и растављa бројеве			

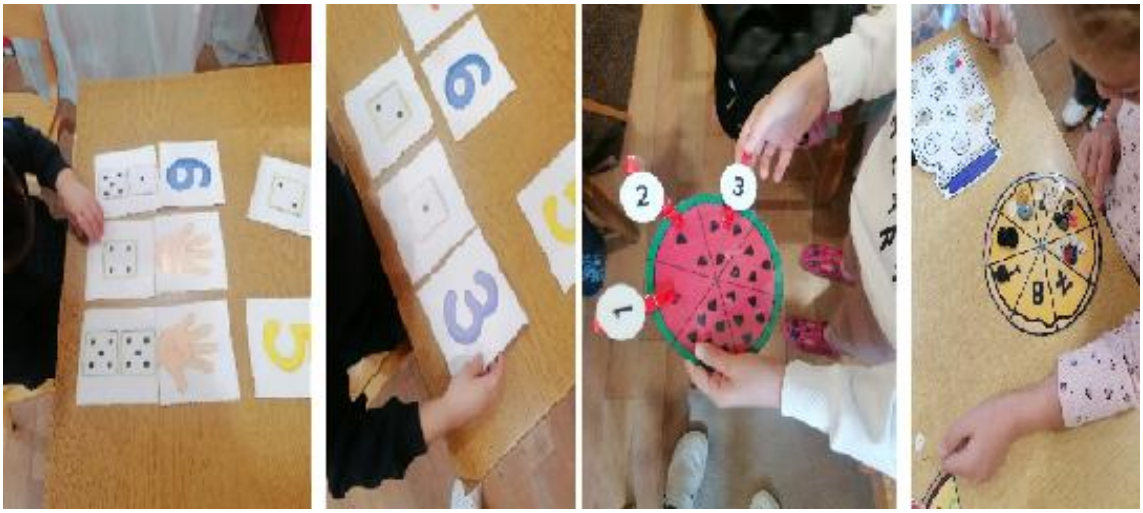
Прилог број 2

Планиране игре и проблемске ситуације

Слика 1. *Игре са скуповима*

Слика 2. *Формирање бројевног низа*

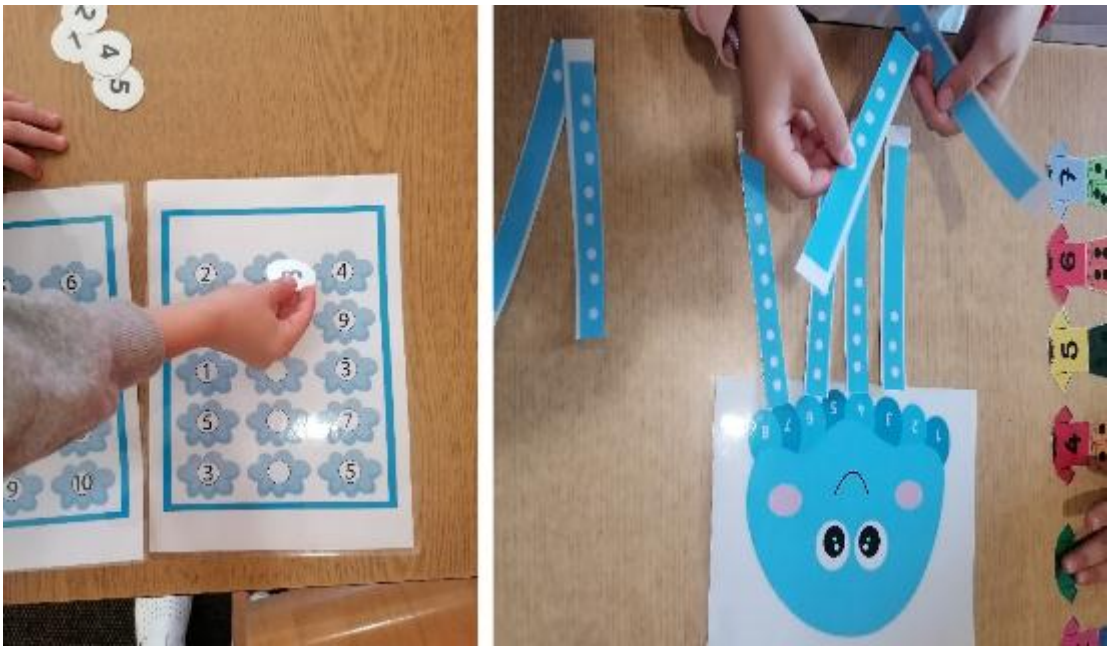
Слика 3. *Одређивање места броја у бројном низу*



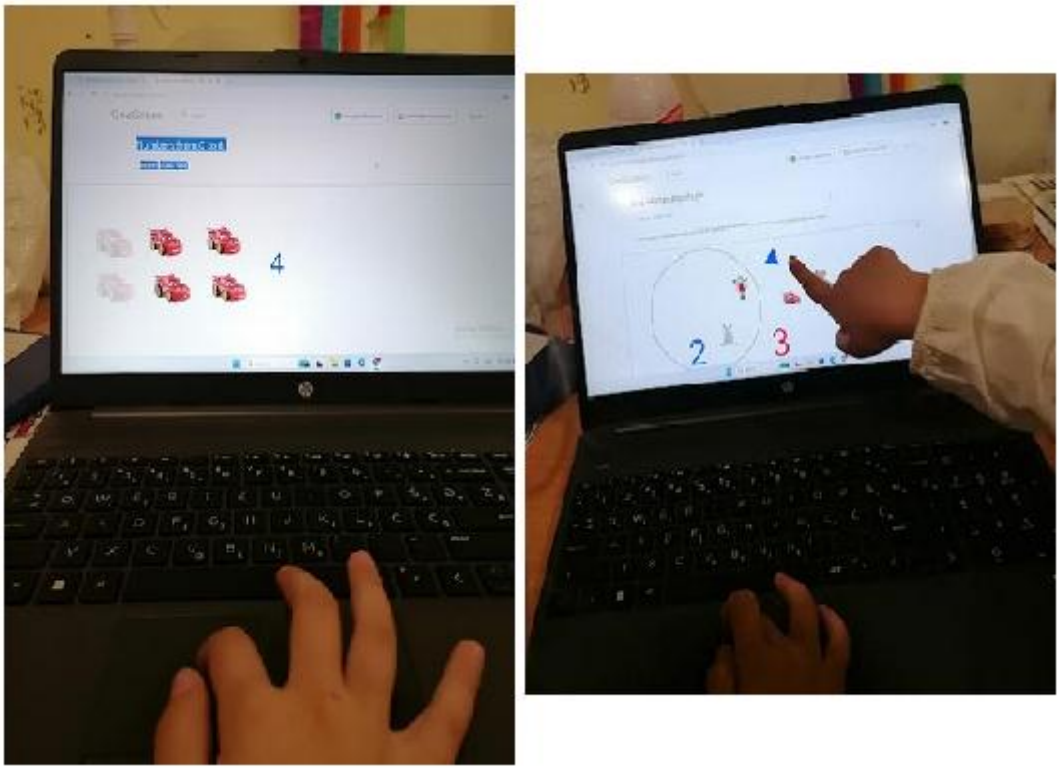
Слика 4. *Препознавање и именовање цифара*

Слика 5. *Усвајање појмова ,,веће, мање, једнако“ и развој појма конзервације*

Слика 6. *Растављање и састављање бројева*



Слика 7. *Место броја у бројном низу*



Слика 8. *ГеоГебра*